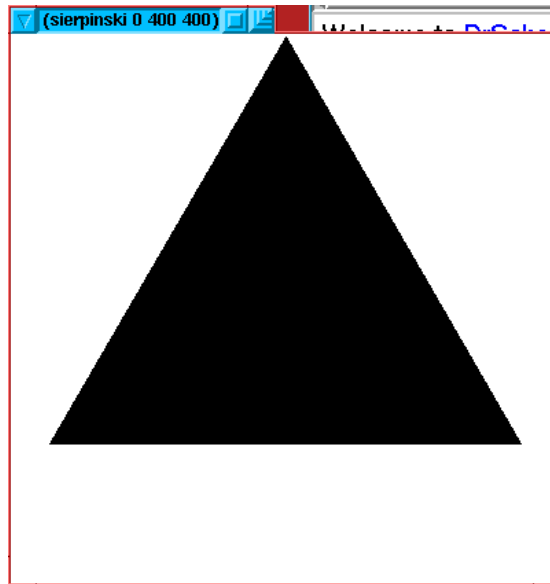


9.6 Fraktale Bilder

Konstruktion eines Bildes aus

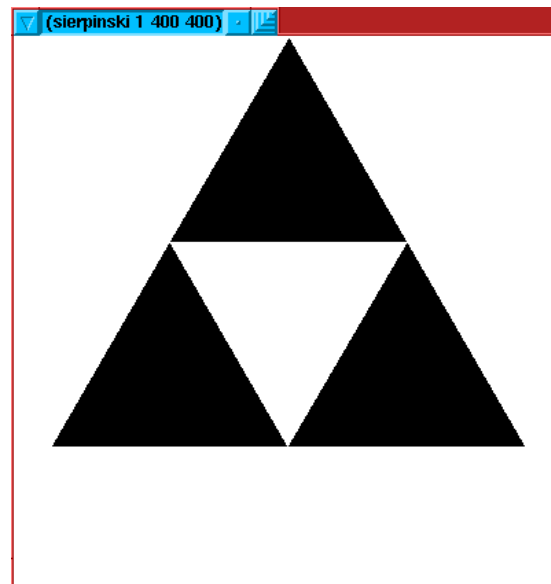
- wenigen Grundbausteinen
- einem Kombinationsverfahren, das
 - Grundbausteine transformiert (dreht, spiegelt, verkleinert, projiziert) und
 - Teile der Grundbausteine durch Grundbausteine ersetzt
 - Grundbausteine zusammenfügt

9.6.1 Beispiel: Sierpinski-Dreieck



- Sierpinski-Dreieck 0-ter Ordnung: ein gleichseitiges Dreieck

Sierpinski-Dreieck 1-ter Ordnung

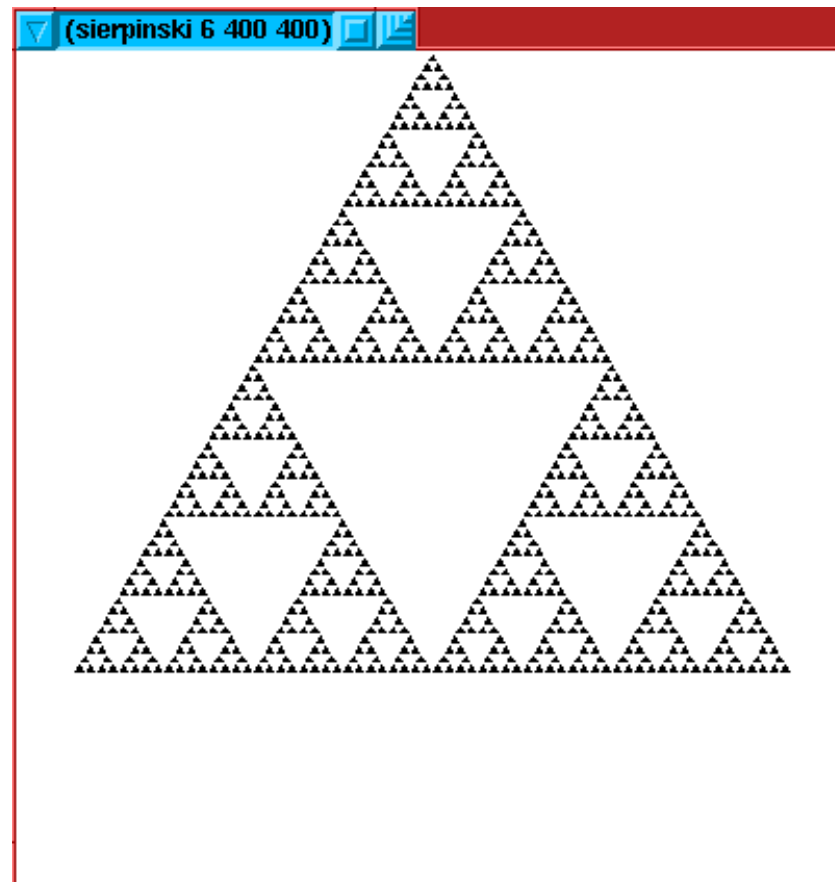


- Drei Kopien des Sierpinski-Dreiecks 0-ter Ordnung
- mit halber Höhe
 - die unteren beiden zentriert nebeneinander
 - das obere zentriert darüber

Sierpinski-Dreieck $(n + 1)$ -ter Ordnung

- Drei Kopien des Sierpinski-Dreiecks n -ter Ordnung
- mit halber Höhe
 - die unteren beiden zentriert nebeneinander
 - das obere zentriert darüber

Sierpinski-Dreieck 6-ter Ordnung



9.6.2 Programmierung des Sierpinski-Dreiecks n -ter Ordnung

```
; erzeuge Sierpinski-Dreieck der Ordnung n mit gegebener Höhe
; sierpinski : nat nat -> image
(define sierpinski
  (lambda (n h)
    (if (= n 0)
        (triangle h "solid" sp-color)
        (let ((sn-1 (sierpinski (- n 1) (/ h 2))))
          (above
            sn-1
            (beside sn-1 sn-1 "center")
            "center"))))))
```

9.6.3 Eigenschaften des Sierpinski-Dreiecks

- Das Sierpinski-Dreieck ist der Grenzwert $n \rightarrow \infty$ der Dreiecke der Ordnung n
- Es ist nicht leer, aber seine Fläche ist 0.
- Seine Dimension ist $\log 3 / \log 2 \approx 1.584962501$
- Beispiel für ein *Fraktal*.

9.6.4 Das Kastenfraktal

- Der Kasten der Ordnung 0 ist ein Quadrat.
- Der Kasten der Ordnung $n + 1$ besteht aus fünf Kopien des Kastens der Ordnung n mit jeweils $1/3$ der Höhe angeordnet in Form eines Kreuzes.

9.6.5 Die Kochkurve

- Die Kochkurve der Ordnung 0 ist eine Strecke der Länge r in Richtung ϑ .
 - Die Kochkurve der Ordnung $n + 1$ mit Länge r und Richtung ϑ besteht aus vier Kochkurven der Ordnung n und der Länge $r/3$ aneinandergesetzt in Richtung
 1. ϑ
 2. $\vartheta + 60^\circ$
 3. $\vartheta - 60^\circ$
 4. ϑ
- ⇒ Die Länge der Kochkurve der Ordnung $n + 1$ ist $\frac{4}{3}$ der Länge der Kochkurve der Ordnung n , d.h. $r\left(\frac{4}{3}\right)^n$.

9.6.6 Die Hilbertkurve

