Informatik I, Blatt Nr. 4, Abgabe: 20.11.2007 um 11 Uhr
http://proglang.informatik.uni-freiburg.de/teaching/info1/2008/

Hinweise zur Abgabe

Bitte reichen Sie Ihre Abgaben bis zum 20.11.2007 um 11 Uhr ein. Abgaben in elektronischer Form schicken Sie **per Email** an **Ihren** Tutor. Abgaben in Papierform werfen Sie bitte in den **Briefkasten** Ihrer Übungsgruppe im Geb. 051 im Erdgeschoss. Bei jeder Aufgabe ist angegeben, ob Sie elektronisch oder auf Papier abgegeben werden muss.

Bei allen Aufgaben, die Sie per Mail abgeben, müssen Sie sich an die Namenskonventionen der Aufgaben halten. Dies gilt sowohl für die Dateinamen der Abgabe, als auch für Namen von Funktionen. Bitte geben Sie bei der elektronischen Abgabe nur eine Zip-Datei ab. Diese muss alle in den Aufgaben angegebenen `.scm` Dateien (DrScheme) enthalten. Alle Dateien müssen sich in der Zip-Datei in einem Ordner befinden. Der Name dieses Ordners muss Ihrem Loginnamen für den Rechnerpool des Instituts für Informatik entsprechen. Geben Sie unter keinen Umständen Worddokumente usw. ab!

Achten Sie bei der Papierabgabe darauf, dass jedes Blatt Papier Ihrer Abgabe Ihren Namen, Ihre Übungsgruppe, die Blattnummer und den Namen Ihres Tutors trägt. Falls Ihre Papierabgabe aus mehreren Seiten besteht, tackern Sie die Blätter.

Sie können DrScheme im Pool verwenden (starten mit `drscheme`). Achten Sie darauf, dass Sie jeweils das richtige Sprachlevel ausgewählt haben!

1 Aufgabe

[(2 + 2) Punkte]

Sei $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{a, b, c\}$, und $C = \{x, y, z\}$. Sei $R = \{(1, b), (2, a), (2, c)\} \in A \times B$ und $S = \{(a, y), (b, x), (c, y), (c, z)\} \in B \times C$.

(a) Geben Sie R^{-1} an und notieren Sie die resultierende Relation als Matrix.

(b) Geben Sie $R \circ S$ an und zeichnen Sie das entsprechende Pfeildiagramm.

2 Aufgabe

[(1+1+1) Punkte]

Sei R eine binäre Relation auf A. Beweisen Sie folgende Behauptungen:

(a) R ist reflexiv genau dann wenn $I_A \subseteq R$.

(b) R ist symmetrisch genau dann wenn $R^{-1} \subseteq R$.

(c) R ist transitiv genau dann wenn $R \circ R \subseteq R$.

3 Aufgabe

[5 Punkte]

Betrachten Sie die Teilbarkeitsrelation $| \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, definiert durch $a|b$ genau dann wenn a teilt b, d.h. es existiert ein $c \in \mathbb{N}$ mit $a \cdot c = b$. Sei $B = \{2, 3, 4, 12, 24\} \subseteq \mathbb{N}$. Bestimmen Sie alle minimalen und maximalen Elemente von B bezüglich $|$, sowie das größte und kleinste Element von B bezüglich $|$ (falls existent).

Bestimmen Sie außerdem alle minimalen und maximalen Elemente von $B \cup \{5\}$ bezüglich $|$, sowie das größte und kleinste Element von $B \cup \{5\}$ bezüglich $|$ (falls existent).

4 Aufgabe

[Sprache: , 8 Punkte]

Seien die Funktion $f, g : \mathbb{N} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ wie folgt definiert:

$$f(j, z, b) = \begin{cases} b & \text{falls } j = 0, \\ z \cdot f(j-1, z, b) & \text{sonst.} \end{cases}$$
$$g(j, z, b) = z^j \cdot b$$

Dabei sei $0^0 = 1$ per Definition.
Beweisen Sie durch Induktion, dass für alle $j \in \mathbb{N}$, $b, z \in \mathbb{R}$ gilt: $f(j, z, b) = g(j, z, b)$.