Informatik I: Einführung in die Programmierung

3. Werte, Typen, Variablen und Ausdrücke

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

Prof. Dr. Peter Thiemann

26. Oktober 2021

1 Exkursion: Datenrepräsentation

Datenrepräsentation — Bits

- Der Computer repräsentiert Daten als Folgen von Bits.
- Ein Bit (*binary digit*) ist die kleinste Informationseinheit. Sein Wert ist entweder 0 oder 1.
- Einfache technische Realisierung durch Schalter ein / Schalter aus bzw. Ladung vorhanden / entladen.

Grundoperationen auf Bits

Logische Operationen

- **Logisches Und:** $b_1 \wedge b_2$
  Ergebnis ist 1, falls $b_1 = 1$ **und** $b_2 = 1$, sonst 0.
  $1 \wedge 1 = 1, \quad 1 \wedge 0 = 0, \quad 0 \wedge 1 = 0, \quad 0 \wedge 0 = 0$
- **Logisches Oder:** $b_1 \vee b_2$
  Ergebnis ist 1, falls $b_1 = 1$ **oder** $b_2 = 1$, sonst 0.
  $1 \vee 1 = 1, \quad 1 \vee 0 = 1, \quad 0 \vee 1 = 1, \quad 0 \vee 0 = 0$
- **Logisches Nicht, Negation, Komplement:** $\neg b$
  Ergebnis ist 1, falls $b = 0$. Ergebnis ist 0, falls $b = 1$.
  $\neg 1 = 0, \quad \neg 0 = 1$
- Mit diesen drei Grundoperationen können alle möglichen Operationen auf Bits definiert werden.
- Die Variablen b, b_1, b_2 stehen für Bits.

Beispiel

Jede Operation auf zwei Bits ist durch ihre Wertetabelle bestimmt. Die Wertetabelle umfasst vier Bits.

b_1	b_2	$f(b_1, b_2)$	f_8	f_{11}
0	0		0	1
0	1		0	1
1	0		0	0
1	1		1	1

Aufgabe

Schreibe f_8 und f_{11} mit Hilfe von Und, Oder, Nicht.

Auflösung

$f_8(b_1, b_2) = b_1 \wedge b_2$

Auflösung

$f_{11}(b_1, b_2) = (b_1 \wedge b_2) \vee \neg b_1 = \neg b_1 \vee b_2$

Datenrepräsentation — Bytes und Worte

- Rechnen mit einem Bit ist zu ineffizient.
- Die meisten Computer rechnen daher mit Bitvektoren der Breite 8 (ein Byte auch Octet), 16, 32 oder 64.
- Letztere heißen auch 16-Bit (bzw. 32-Bit, 64-Bit) Worte (bzw. Doppelworte, Quadworte). Daher auch Wortbreite.
- Der Aufbau des Computers (genauer gesagt, des Prozessors) ist auf eine Wortbreite ausgerichtet, die durch Bezeichnungen wie 32-Bit-Architektur bzw. 64-Bit-Architektur zum Ausdruck kommt.

Grundoperationen auf Worten

Bitweise logische Operationen

- Definiert auf Worten gleicher Breite.
- Wendet die logischen Bit-Operationen auf die entsprechenden Positionen der Argumente an.
- **Und:** $w_1 \wedge w_2$
  Beispiel: $1100 \wedge 1010 = (1 \wedge 1)(1 \wedge 0)(0 \wedge 1)(0 \wedge 0) = 1000$
- **Oder:** $w_1 \vee w_2$
  Beispiel: $1100 \vee 1010 = (1 \vee 1)(1 \vee 0)(0 \vee 1)(0 \vee 0) = 1110$
- **Negation:** $\neg w$
  Beispiel: $\neg 10 = (\neg 1)(\neg 0) = 01$

Datenrepräsentation

- Alle Daten werden im Computer durch Bitvektoren dargestellt
- Die Interpretation des Bitvektors hängt vom angenommenen Typ ab

Datenrepräsentation — Zahlen

Mensch: Dezimalsystem

- Stellenwertsystem mit Basis 10: Zehn Ziffern— 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- Dezimaldarstellung einer Zahl ist Vektor von Ziffern
- Jede Stelle in der Dezimaldarstellung einer Zahl entspricht einer 10er-Potenz
- Beginnend von rechts mit 10^0

Beispiel

$$\begin{aligned} \underline{4711}_{10} &= \mathbf{4} * 10^3 + \mathbf{7} * 10^2 + \mathbf{1} * 10^1 + \mathbf{1} * 10^0 \\ &= 4000 + 700 + 10 + 1 \\ &= 4711 \end{aligned}$$

Datenrepräsentation — Zahlen

Computer: Dual- oder Binärsystem (Gottfried Wilhelm Leibniz ˜1700)

- Stellenwertsystem mit Basis 2: Zwei Ziffern— 0, 1 — eine Ziffer = ein Bit!
- Binärdarstellung einer Zahl ist Vektor von Bits
- Jede Stelle in der Binärdarstellung einer Zahl entspricht einer 2er-Potenz
- Beginnend von rechts mit 2^0

Beispiel

$$\begin{aligned} \underline{101010}_2 &= \mathbf{1} * 2^5 + \mathbf{0} * 2^4 + \mathbf{1} * 2^3 + \mathbf{0} * 2^2 + \mathbf{1} * 2^1 + \mathbf{0} * 2^0 \\ &= 32 + 0 + 8 + 0 + 2 + 0 \\ &= 42 \end{aligned}$$

Datenrepräsentation — Zahlen

Programmierer: Hexadezimalsystem

- Stellenwertsystem mit Basis 16 (4 Bit pro Stelle)
  16 Ziffern— 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, a, b, c, d, e, f
- Die Hexadezimaldarstellung ist ein Vektor von Hexadezimalziffern
- Jede Stelle in der Hexdarstellung einer Zahl entspricht einer 16er-Potenz
- Beginnend von rechts mit 16^0

Beispiel

$$\begin{aligned} \underline{beef}_{16} &= \mathbf{11} * 16^3 + \mathbf{14} * 16^2 + \mathbf{14} * 16^1 + \mathbf{15} * 16^0 \\ &= 11 * 4096 + 14 * 256 + 14 * 16 + 15 \\ &= 48879 \end{aligned}$$

Wertebereiche

- Welche natürlichen Zahlen lassen sich mit gegebener Wortbreite darstellen?

Wortbreite	Wertebereich	
1	0…	1
2	0…	3
4	0…	15
8	0…	255
16	0…	65.535
32	0…	4.294.967.295
64	0…	18.446.744.073.709.551.615
n	0…	$2^n - 1$

Algorithmus: Darstellung in Basis B

- Eingabe: natürliche Zahl n
- Ausgabe: Darstellung von n im Stellenwertsystem mit Basis $B \geq 2$
- Verwende als Ziffern $0, 1, \ldots, B-1$
- Schreibe von **rechts nach links** in die Ausgabe

Algorithmus

1. Berechne q und r als Quotient und Divisionsrest von n/B.
2. Schreibe den Rest r links an die Ausgabe.
3. Falls $q \neq 0$, weiter bei Punkt 1 mit $n \leftarrow q$.
4. Sonst fertig.

Beispiel: Darstellung in Basis B

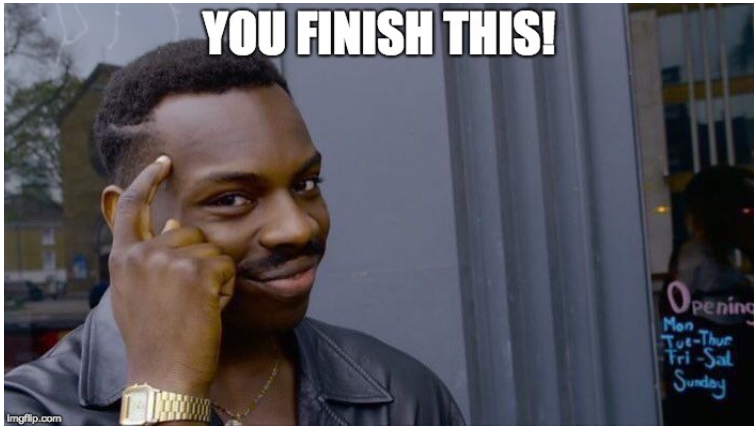
Bestimme die Binärdarstellung ($B = 2$) von $n = 42$.

- $42//2 = 21$ Rest **0**
- $21//2 = 10$ Rest **1**
- $10//2 = 5$ Rest **0**
- $5//2 = 2$ Rest **1**
- $2//2 = 1$ Rest **0**
- $1//2 = 0$ Rest **1**
- Fertig, weil $q = 0$.
- Ergebnis $\underline{101010}_2$
- von unten nach oben abgelesen

Addieren von Zahlen in Binärdarstellung

- Wortbreite 1: 0+0=0; 0+1=1; 1+0=1; 1+1=?
- 1+1=0 mit Übertrag 1
- Damit weiter wie schriftliche Addition
- Beispiel: 42 + 6 (in Binärdarstellung: $\underline{101010_2}$ und $\underline{110_2}$)

	1	0	1	0	1	0
+	0	0	0	1	1	0
					0	
						0


YOU FINISH THIS!
Opening
Mon
Tue-Thur
Fri -Sat
Sunday
imgflip.com

In der technischen Informatik …

Rechnerarithmetik

- Darstellung negativer Zahlen
- Subtraktion
- Multiplikation
- Division
- und Schaltungen dafür

Zum Nachdenken

Definiere die Addition von Bits mit Hilfe der Grundoperationen.

2 Werte und Typen

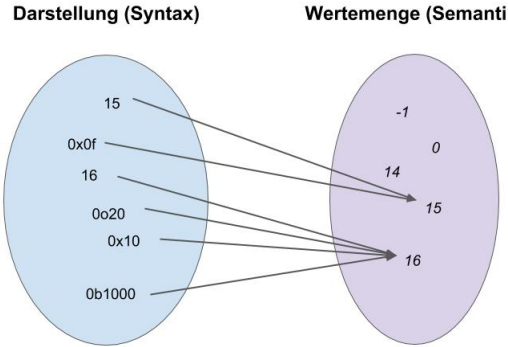
Datentypen — Syntax und Semantik

- Jede Programmiersprache unterstützt verschiedene Datentypen.
- Semantik eines Datentyps
  - Menge von Werten und Operationen auf diesen Werten.
- In einem Programmtext müssen wir diese Werte und Operationen als **Zeichenketten** aufschreiben können.
- Syntax
  - Ein Literal ist die Darstellung eines Wertes.
  - Ein Operationssymbol ist die Darstellung einer Operation.

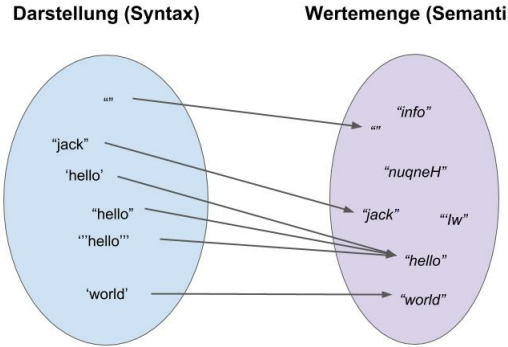
Einige Literale in Python

- Die ganze Zahl *16* als Wert wird z.B. durch das Literal `16` dargestellt, aber auch durch `0x10` (hexadezimale Darstellung) und `0b10000` (binäre Darstellung).
- Die Zeichenkette (der String) *'Qapla'* als Wert wird durch die Literale `'Qapla'`, `"Qapla"` und `'''Qapla'''` dargestellt.
- Die Zahl *0.2* wird durch `0.2` dargestellt, aber auch durch `2.0e-1`, `0.02e1`, `2000e-4` usw (Exponentialschreibweise $2.0 * 10^{-1}$).

Beispiel: `int`



Beispiel: `string`



Werte und Typen

- In Python besteht jeder Wert aus zwei Teilen:

Typ	Interne Repräsentation des Wertes

- Die interne Repräsentation ist ein Bitvektor, der entsprechend des Typs interpretiert wird.
- Beispiele

`16`	↔	`int`	*0x10*
`2.24E44`	↔	`float`	*0x10*
`3.14159`	↔	`float`	*0x40490fd0*
`1078530000`	↔	`int`	*0x40490fd0*
`"hello"`	↔	`string`	*0x68656c6c6f00*

3 Variable

Variablen und Zuweisungen

spam.py

```
spam = 111
print(spam)
```

- Eine Zuweisung versieht einen Wert mit einem Namen (Variablennamen, Bezeichner, Identifier). Dazu wird der Bezeichner (`spam`) auf der linken Seite und ein Ausdruck (`111`) auf der rechten Seite eines Gleichheitszeichens geschrieben.
- Im Beispiel: “Die *Variable* `spam` erhält den *Wert* von 111.”
- Ausführung durch `python3 spam.py`

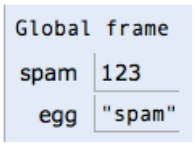
Belegung

- Der Zustand eines Programms wird vollständig durch die Belegung der Variablen mit Werten und den aktuellen Ausführungspunkt beschrieben.

spam-egg.py

```
spam = 123
egg = 'spam'
```

- Variablenbelegung nach der Ausführung:



Syntax von Bezeichnern

- Ein Bezeichner besteht aus Buchstaben, Unterstrichen und Ziffern. Das erste Zeichen darf keine Ziffer sein.

```
Brägele = 1
```

Ok

```
Kaltes Wasser = 2
```

```
            ^^^^^^^^^^^^
SyntaxError: invalid syntax. Perhaps you forgot a comma?
```

```
2you = 3
```

```
^
SyntaxError: invalid decimal literal
```

Schlüsselwörter

```
class = 'Theory'
      ^
SyntaxError: invalid syntax
```

Schlüsselwörter können nicht als Bezeichner benutzt werden:

False	class	finally	is	return
None	continue	for	lambda	try
True	def	from	nonlocal	while
and	del	global	not	with
as	elif	if	or	yield
assert	else	import	pass	
break	except	in	raise	

Variablennutzung vor Zuweisung

- Variablen sind erst verwendbar, nachdem ihnen ein Wert zugewiesen wurde.
- Groß-/Kleinschreibung macht einen Unterschied

```
spam = 3
print(spam)
```

Ok. Druckt 3.

```
egg
```

```
NameError: name 'egg' is not defined
```

```
Spam
```

```
NameError: name 'Spam' is not defined. Did you mean: 'spam'?
```

4 Ausdrücke

Arithmetische Ausdrücke

- Wir kennen bereits Operatoren auf Zahlen: `+`, `-`, `*`, ...
- Ausdrücke werden aus Operatoren, Literalen und Variablen zusammengesetzt.
- Die Auswertung eines Ausdrucks liefert einen Wert oder einen Fehler.

Auswertung von Ausdrücken

Operatorpräzedenz (Operatorrangfolge)

- Die Auswertung eines Ausdrucks beginnt bei den Literalen und Variablen.
- Wenn die Werte der Teilausdrücke vorliegen, wird die durch den Operator bezeichnete Operation auf sie angewendet.
- Bei arithmetischen Ausdrücken gelten die üblichen Präzedenzregeln:
  - zuerst die Klammerung,
  - dann die Exponentiation (rechtsassoziativ!),
  - dann Multiplikation und Division,
  - dann Addition und Subtraktion,
  - bei gleicher Präzedenz wird von links nach rechts geklammert (linksassoziativ), außer bei Exponentiation

Arithmetische Ausdrücke: Beispiele


```
spam = 3
print (3 * 1 ** spam)
# 3
print ((3 * 1) ** spam)
# 27
print (2 * spam - 1 // 2)
# 6
print (spam ** spam ** spam)
# 7625597484987
print ((spam ** spam) ** spam)
# 19683
```

String-Operatoren

- Strings verketten mit dem Operator '+' (Konkatenation)

```
print ('spam' + 'egg')
# spamegg
assert 'spam' + 'egg' == 'spamegg'
```

- Strings mit ganzen Zahlen multiplizieren (Python spezifisch)

```
print (3 * 'spam')
# spamspamspam
assert 3 * 'spam' == 'spamspamspam'
print (0 * 'spam')
#
assert 0 * 'spam' == ''
print (-2 * 'spam')
```

Ausdrücke in Zuweisungen

- Auf der rechten Seite einer Zuweisung dürfen Ausdrücke auftreten:

```
spam = 42
egg = spam // 7
print (egg)
# 6
```

- Es wird immer erst der Wert der rechten Seite bestimmt, dann an die Variable zugewiesen:

```
spam = 42
spam = spam * 2
print (spam)
# 84
```

Zusammenfassung

- Ein Datentyp besteht aus einer Menge von Werten und Operationen auf diesen Werten (Semantik).
- Literale sind die Darstellung (als **Zeichenkette**) von Werten eines Datentyps (Syntax).
- Jeder Wert hat einen bestimmten Typ.
- Werte erhalten durch Zuweisung einen Namen (Variable).
- Der Wert einer Variablen kann sich ändern.
- Ausdrücke werden aus Operatoren, Literalen und Variablen gebildet.
- Sie haben einen Wert!
- Bei einer Zuweisung wird immer erst die rechte Seite ausgewertet, dann wird der Wert zugewiesen!