

Informatik I: Einführung in die Programmierung

3. Werte, Typen, Variablen und Ausdrücke

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg



Prof. Dr. Peter Thiemann

25. Oktober 2022

1 Exkursion: Datenrepräsentation



Exkursion:
Datenreprä-
sentation

Werte und
Typen

Variable

Ausdrücke

- Der Computer repräsentiert Daten als Folgen von **Bits**.
- Ein Bit (*binary digit*) ist die kleinste Informationseinheit.
- Zwei mögliche Werte: 0 oder 1
- Technische Realisierung: Schalter ein / Schalter aus bzw. geladen / entladen.
- Logische Interpretation: **Wahrheitswerte** 0 = falsch, 1 = wahr

■ Logisches Und: $b_1 \wedge b_2$

Ergebnis ist 1, falls $b_1 = 1$ **und** $b_2 = 1$, sonst 0.

$$1 \wedge 1 = 1, \quad 1 \wedge 0 = 0, \quad 0 \wedge 1 = 0, \quad 0 \wedge 0 = 0$$

■ Logisches Oder: $b_1 \vee b_2$

Ergebnis ist 1, falls $b_1 = 1$ **oder** $b_2 = 1$, sonst 0.

$$1 \vee 1 = 1, \quad 1 \vee 0 = 1, \quad 0 \vee 1 = 1, \quad 0 \vee 0 = 0$$

■ Logisches Nicht, Negation, Komplement: $\neg b$

Ergebnis ist 1, falls $b = 0$. Ergebnis ist 0, falls $b = 1$.

$$\neg 1 = 0, \quad \neg 0 = 1$$

■ Mit diesen drei Grundoperationen können **alle möglichen Operationen** auf Bits definiert werden.

■ Die Variablen b , b_1 , b_2 stehen für Bits.

Jede Operation auf zwei Bits ist durch ihre Wertetabelle bestimmt. Es gibt 16 mögliche Wertetabellen. Die Wertetabelle umfasst vier Bits.

b_1	b_2	$f(b_1, b_2)$	f_8	f_{11}
0	0		0	1
0	1		0	1
1	0		0	0
1	1		1	1

Aufgabe

Schreibe f_8 und f_{11} mit Hilfe von Und, Oder, Nicht.

Auflösung

$$f_8(b_1, b_2) = b_1 \wedge b_2$$

Auflösung

$$f_{11}(b_1, b_2) = (b_1 \wedge b_2) \vee \neg b_1 = \neg b_1 \vee b_2$$

Exkursion:
Datenrepräsentation

Werte und
Typen

Variable

Ausdrücke

- Rechnen mit einem Bit ist zu ineffizient.
- Die meisten klassischen Computer rechnen mit Bitvektoren der Breite 8 (ein **Byte** auch **Octet**), 16, 32 oder 64.
- Letztere heißen auch 16-Bit (bzw. 32-Bit, 64-Bit) **Worte** (bzw. Doppelworte, Quadworte). Daher auch **Wortbreite**.
- Der Aufbau des Computers (genauer gesagt, des Prozessors) ist auf eine Wortbreite ausgerichtet, die durch Bezeichnungen wie 32-Bit-Architektur bzw. 64-Bit-Architektur zum Ausdruck kommt.

Exkursion:
Datenrepräsentation

Werte und
Typen

Variable

Ausdrücke

Grundoperationen auf Worten

Bitweise logische Operationen



Exkursion:
Datenreprä-
sentation

Werte und
Typen

Variable

Ausdrücke

- Definiert auf Worten gleicher Breite.
- Wendet die logischen Bit-Operationen auf die entsprechenden Positionen der Argumente an.
- **Und:** $w_1 \wedge w_2$
Beispiel: $1100 \wedge 1010 = (1 \wedge 1)(1 \wedge 0)(0 \wedge 1)(0 \wedge 0) = 1000$
- **Oder:** $w_1 \vee w_2$
Beispiel: $1100 \vee 1010 = (1 \vee 1)(1 \vee 0)(0 \vee 1)(0 \vee 0) = 1110$
- **Negation:** $\neg w$
Beispiel: $\neg 10 = (\neg 1)(\neg 0) = 01$

- Alle Daten werden im Computer durch Bitvektoren dargestellt
- Die Interpretation des Bitvektors hängt vom angenommenen Typ ab

Mensch: Dezimalsystem

- Stellenwertsystem mit Basis 10: Zehn Ziffern— 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- Dezimaldarstellung einer Zahl ist Vektor von Ziffern
- Jede Stelle in der Dezimaldarstellung einer Zahl entspricht einer 10er-Potenz
- Beginnend von rechts mit 10^0

Exkursion:
Datenreprä-
sentation

Werte und
Typen

Variable

Ausdrücke

Beispiel

$$\begin{aligned}\underline{4711}_{10} &= 4 * 10^3 + 7 * 10^2 + 1 * 10^1 + 1 * 10^0 \\ &= 4000 + 700 + 10 + 1 \\ &= 4711\end{aligned}$$

Computer: Dual- oder Binärsystem (Gottfried Wilhelm Leibniz ~1700)

- Stellenwertsystem mit Basis **2**: **Zwei** Ziffern— 0, 1 — **eine Ziffer = ein Bit!**
- **Binärdarstellung** einer Zahl ist **Vektor von Bits**
- Jede Stelle in der Binärdarstellung einer Zahl entspricht einer **2er-Potenz**
- Beginnend von rechts mit **2⁰**

Exkursion:
Datenreprä-
sentation

Werte und
Typen

Variable

Ausdrücke

Beispiel

$$\begin{aligned}\underline{101010}_2 &= 1 * 2^5 + 0 * 2^4 + 1 * 2^3 + 0 * 2^2 + 1 * 2^1 + 0 * 2^0 \\ &= 32 + 0 + 8 + 0 + 2 + 0 \\ &= 42\end{aligned}$$

Programmierer: Hexadezimalsystem

- Stellenwertsystem mit Basis **16** (4 Bit pro Stelle)
16 Ziffern— 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, a, b, c, d, e, f
- Die **Hexadezimaldarstellung** ist ein Vektor von Hexadezimalziffern
- Jede Stelle in der Hexdarstellung einer Zahl entspricht einer **16**er-Potenz
- Beginnend von rechts mit **16⁰**

Beispiel

$$\begin{aligned}\underline{beef}_{16} &= 11 * 16^3 + 14 * 16^2 + 14 * 16^1 + 15 * 16^0 \\ &= 11 * 4096 + 14 * 256 + 14 * 16 + 15 \\ &= 48879\end{aligned}$$

Exkursion:
Datenrepräsentation

Werte und
Typen

Variable

Ausdrücke

- Welche natürlichen Zahlen lassen sich mit gegebener Wortbreite darstellen?

Wortbreite	Wertebereich
1	0... 1
2	0... 3
4	0... 15
8	0... 255
16	0... 65.535
32	0... 4.294.967.295
64	0... 18.446.744.073.709.551.615
n	0... $2^n - 1$

Exkursion:
Datenreprä-
sentation

Werte und
Typen

Variable

Ausdrücke

- Typischerweise wird die Hälfte des Bereichs für negative Zahlen verwendet

Algorithmus: Darstellung in Basis B

- Eingabe: natürliche Zahl n
- Ausgabe: Darstellung von n im Stellenwertsystem mit Basis $B \geq 2$
- Verwende als Ziffern $0, 1, \dots, B-1$
- Schreibe von **rechts nach links** in die Ausgabe

Exkursion:
Datenreprä-
sentation

Werte und
Typen

Variable

Ausdrücke

Algorithmus

- 1 Berechne $q \leftarrow n // B$ und $r \leftarrow n \% B$ (Quotient und Divisionsrest von n/B).
- 2 Schreibe den Rest r links an die Ausgabe.
- 3 Falls $q \neq 0$, weiter bei Punkt 1 mit $n \leftarrow q$.
- 4 Sonst fertig.

Beispiel: Darstellung in Basis B

Bestimme die Binärdarstellung ($B = 2$) von $n = 42$.

- $42 // 2 = 21$ Rest **0**
- $21 // 2 = 10$ Rest **1**
- $10 // 2 = 5$ Rest **0**
- $5 // 2 = 2$ Rest **1**
- $2 // 2 = 1$ Rest **0**
- $1 // 2 = 0$ Rest **1**
- Fertig, weil $q = 0$.
- Ergebnis 101010₂
- von unten nach oben abgelesen

Exkursion:
Datenreprä-
sentation

Werte und
Typen

Variable

Ausdrücke

Addieren von Zahlen in Binärdarstellung

- Wortbreite 1: $0+0=0$; $0+1=1$; $1+0=1$; $1+1=?$
- $1+1=0$ mit Übertrag 1
- Damit weiter wie schriftliche Addition
- Beispiel: $42 + 6$ (in Binärdarstellung: 101010_2 und 110_2)

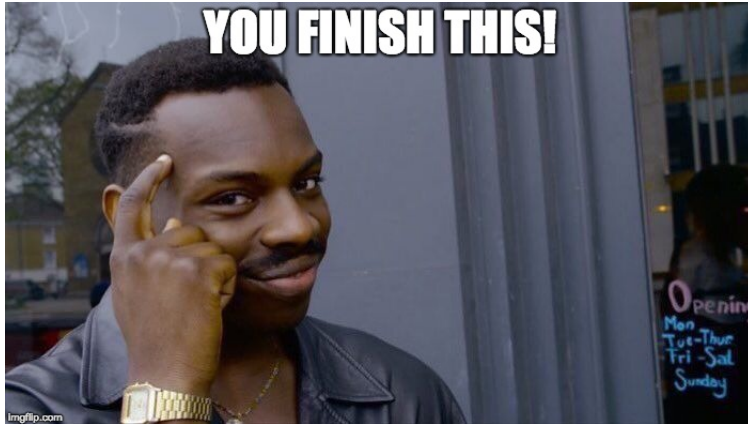
$$\begin{array}{r} 101010 \\ + 000110 \\ \hline 0 \end{array}$$

Exkursion:
Datenreprä-
sentation

Werte und
Typen

Variable

Ausdrücke



Exkursion:
Datenreprä-
sentation

Werte und
Typen

Variable

Ausdrücke

Rechnerarithmetik

- Darstellung negativer Zahlen
- Subtraktion
- Multiplikation
- Division
- und Schaltungen dafür

Exkursion:
Datenreprä-
sentation

Werte und
Typen

Variable

Ausdrücke

Zum Nachdenken

Definiere Ergebnis und Übertrag der 1-Bit Addition mit Hilfe der Grundoperationen (und, oder, nicht).

2 Werte und Typen



Exkursion:
Datenreprä-
sentation

**Werte und
Typen**

Variable

Ausdrücke

Datentypen — Syntax und Semantik

Jede Programmiersprache unterstützt verschiedene Datentypen



Exkursion:
Datenreprä-
sentation

Werte und
Typen

Variable

Ausdrücke

■ Semantik eines Datentyps

- Menge von **Werten** und **Operationen** auf diesen Werten.

- In einem Programmtext müssen wir diese Werte und Operationen als **Zeichenketten** aufschreiben können.

■ Syntax

- Ein **Literal** ist die **Darstellung** eines Wertes.
- Ein **Operationssymbol** ist die **Darstellung** einer Operation.

■ Pragmatik

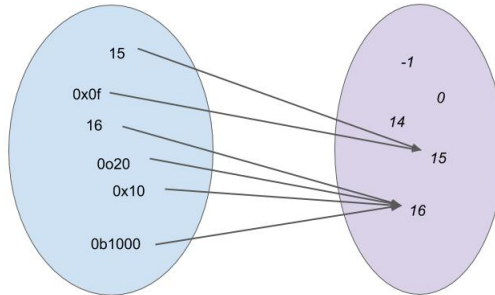
- Syntax und Semantik entsprechen den üblichen Konventionen bzw. mathematischen Definitionen
- Konsistenz

- Die ganze Zahl **16** als Wert wird z.B. durch das Literal 16 dargestellt, aber auch durch 0x10 (hexadezimale Darstellung) und 0b10000 (binäre Darstellung).
- Die Zeichenkette (der String) **nuqneH** als Wert wird durch die Literale 'nuqneH', "nuqneH" und '''nuqneH''' dargestellt.
- Die Zahl **0.2** wird durch 0.2 dargestellt, aber auch durch 2.0e-1, 0.02e1, 2000e-4 usw (Exponentialschreibweise $2.0 * 10^{-1}$).

Beispiel: int

Darstellung (Syntax)

Wertemenge (Semantik)



Exkursion:
Datenreprä-
sentation

Werte und
Typen

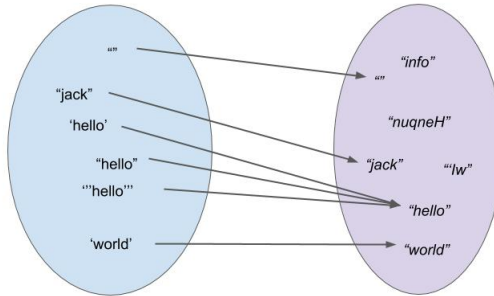
Variable

Ausdrücke

Beispiel: string

Darstellung (Syntax)

Wertemenge (Semantik)



Exkursion:
Datenreprä-
sentation

Werte und
Typen

Variable

Ausdrücke

- In Python besteht jeder Wert aus zwei Teilen:

Typ	Interne Repräsentation des Wertes
-----	-----------------------------------

- Die interne Repräsentation ist ein Bitvektor, der entsprechend des (Bitvektors des) Typs interpretiert wird.
- Beispiele

16	↔	int	<i>0x10</i>
2.24E44	↔	float	<i>0x10</i>
3.14159	↔	float	<i>0x40490fd0</i>
1078530000	↔	int	<i>0x40490fd0</i>
"hello"	↔	string	<i>0x68656c6c6f00</i>

3 Variable



Exkursion:
Datenreprä-
sentation

Werte und
Typen

Variable

Ausdrücke

spam.py

```
spam = 111  
print(spam)
```

Exkursion:
Datenreprä-
sentation

Werte und
Typen

Variable

Ausdrücke

- Eine **Zuweisung** versieht einen Wert mit einem Namen (**Variablennamen**, **Bezeichner**, **Identifier**). Dazu wird der Bezeichner (`spam`) auf der linken Seite und ein Ausdruck (`111`) auf der rechten Seite eines Gleichheitszeichens geschrieben.
- Im Beispiel: “Die *Variable* `spam` erhält den *Wert* von `111`.”
- **Syntax der Zuweisung:** *Variable* = *Ausdruck*
- Ausführung durch `python3 spam.py`

Variable und Speicher



Exkursion:
Datenreprä-
sentation

Werte und
Typen

Variable

Ausdrücke

Image by https://pixabay.com/users/annaer-35513/?utm_source=link-attribution&utm_medium=referral&utm_campaign=image&utm_content=187777Anna from https://pixabay.com/?utm_source=link-attribution&utm_medium=referral&utm_campaign=image&utm_content=187777Pixabay

- Der **Zustand** eines Programms wird vollständig durch die **Belegung der Variablen** mit Werten und den aktuellen Ausführungspunkt beschrieben.

spam-egg.py

```
spam = 123  
egg = 'spam'
```

- Variablenbelegung nach der Ausführung:

Global frame	
spam	123
egg	"spam"

Exkursion:
Datenreprä-
sentation

Werte und
Typen

Variable

Ausdrücke

Syntax von Bezeichnern



- Ein Bezeichner besteht aus Buchstaben, Unterstrichen und Ziffern. Das erste Zeichen darf keine Ziffer sein.

```
Brägele = 1
```

Ok

```
Kaltes Wasser = 2
```

```
~~~~~
```

```
SyntaxError: invalid syntax. Perhaps you forgot a comma?
```

```
2you = 3
```

```
^
```

```
SyntaxError: invalid decimal literal
```

```
class = 'Theory'
```

~

SyntaxError: invalid syntax

Schlüsselwörter können nicht als Bezeichner benutzt werden:

False	class	finally	is	return
None	continue	for	lambda	try
True	def	from	nonlocal	while
and	del	global	not	with
as	elif	if	or	yield
assert	else	import	pass	
break	except	in	raise	

Exkursion:
Datenreprä-
sentation

Werte und
Typen

Variable

Ausdrücke

Variablennutzung vor Zuweisung



- Variablen sind erst verwendbar, nachdem ihnen ein Wert zugewiesen wurde.
- Groß-/Kleinschreibung macht einen Unterschied

```
spam = 3  
print(spam)
```

Ok. Druckt 3.

```
egg
```

NameError: name 'egg' is not defined

```
Spam
```

NameError: name 'Spam' is not defined. Did you mean: 'spam'?

4 Ausdrücke



Exkursion:
Datenreprä-
sentation

Werte und
Typen

Variable

Ausdrücke

- Wir kennen bereits **Operatoren** auf Zahlen: $+$, $-$, $*$, \dots
- **Ausdrücke** werden aus Operatoren, Literalen und Variablen zusammengesetzt.
- Die **Auswertung eines Ausdrucks** liefert einen Wert oder bricht mit einer Fehlermeldung ab:
 - Variable ist nicht definiert
 - Operator ist auf Kombination von Werten nicht definiert (Bsp: $1/0$)

- Die **Auswertung eines Ausdrucks** beginnt bei den Literalen und Variablen.
- Wenn die Werte der Teilausdrücke vorliegen, wird die durch den Operator bezeichnete Operation auf sie angewendet.
- Bei arithmetischen Ausdrücken gelten die üblichen **Präzedenzregeln**:
 - zuerst die Klammerung,
 - dann die Exponentiation (rechtsassoziativ!),
 - dann Multiplikation und Division,
 - dann Addition und Subtraktion,
 - bei gleicher Präzedenz wird von links nach rechts geklammert (linksassoziativ), außer bei Exponentiation

Exkursion:
Datenreprä-
sentation

Werte und
Typen

Variable

Ausdrücke

Arithmetische Ausdrücke: Beispiele



```
spam = 3
print (3 * 1 ** spam)
# 3
print ((3 * 1) ** spam)
# 27
print (2 * spam - 1 // 2)
# 6
print (spam ** spam ** spam)
# 7625597484987
print ((spam ** spam) ** spam)
# 19683
```

Exkursion:
Datenreprä-
sentation

Werte und
Typen

Variable

Ausdrücke

- Strings verketteten mit dem Operator '+' (**Konkatenation**)

```
print ('spam' + 'egg')  
# spamegg  
assert 'spam' + 'egg' == 'spamegg'
```

- Strings mit ganzen Zahlen multiplizieren (Python spezifisch)

```
print (3 * 'spam')  
# spamspamspam  
assert 3 * 'spam' == 'spamspamspam'  
print (0 * 'spam')  
#  
assert 0 * 'spam' == ''  
print (-2 * 'spam')  
#  
assert -2 * 'spam' == ''
```

Exkursion:
Datenreprä-
sentation

Werte und
Typen

Variable

Ausdrücke

- Auf der rechten Seite einer Zuweisung dürfen Ausdrücke auftreten:

```
spam = 42
egg = spam // 7
print (egg)
# 6
```

- Erst wird die rechte Seite ausgewertet, dann an die Variable zugewiesen:

```
spam = 42
spam = spam * 2
print (spam)
# 84
```

Exkursion:
Datenreprä-
sentation

Werte und
Typen

Variable

Ausdrücke

- Ein Datentyp ist bestimmt durch eine Menge von **Werten** und **Operationen** auf diesen Werten (**Semantik**).
- **Literale** sind die **Darstellung** von Werten eines Datentyps als **Zeichenkette** (**Syntax**).
- Jeder Wert hat einen bestimmten **Typ**.
- Werte erhalten durch **Zuweisung** einen Namen (**Variable**).
- Der Wert einer Variablen kann sich ändern.
- **Ausdrücke** werden aus Operatoren, Literalen und Variablen gebildet.
- Sie haben einen Wert!
- Eine Zuweisung wertet erst die rechte Seite aus und weist dann den Wert zu!

Exkursion:
Datenreprä-
sentation

Werte und
Typen

Variable

Ausdrücke