

# Informatik I: Einführung in die Programmierung

## 17. Funktionale Programmierung

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg



Prof. Dr. Peter Thiemann

16.01.2024

# 1 Funktionale Programmierung



Funktionale  
Programmie-  
rung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

`map`, `filter`  
und `reduce`

Komprehen-  
sionen

- Es gibt verschiedene **Programmierparadigmen** oder **Programmierstile**.
- **Imperative Programmierung** beschreibt, **wie** etwas erreicht werden soll.
- **Deklarative Programmierung** beschreibt, **was** erreicht werden soll.

Funktionale  
Programmie-  
rung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

`map`, `filter`  
und `reduce`

Komprehen-  
sionen

## Imperative Programmierung

- Zum Programm gehört ein Zustand (aktuelle Werte der Variablen, Laufzeitkeller, etc), der sich während der Ausführung ändert.
- Denkansatz beim Programmieren: Modifikation des Zustands.
- Programm besteht aus **Anweisungen** (Zuweisung, ...).

## Organisation von imperativen Programmen

- **Prozedural**: Die Aufgabe wird in kleinere Teile – Prozeduren – zerlegt, die auf den Daten arbeiten. (Sprachen: Pascal, C, ...)
- **Objekt-orientiert**: Die Aufgabe wird in Klassen zerlegt, die lokal Daten und die Methoden darauf enthalten. (Sprachen: Smalltalk, Eiffel, Java, ...)

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

map, filter  
und reduce

Komprehen-  
sionen

## Deklarative Programmierung

- Keine explizite Bearbeitung eines Berechnungszustands.
- **Logische** Programmierung (LP) beschreibt die Aufgabe durch logische Formeln: Prolog, constraint programming, ASP.
- **Funktionale** Programmierung (FP) beschreibt die Aufgabe durch mathematische Funktionen: Haskell, OCaml, Racket, Clojure, Lisp
- Abfragesprachen wie SQL oder XQuery sind ebenfalls deklarativ und bauen auf der Relationenalgebra bzw. der XML-Algebra auf.

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

map, filter  
und reduce

Komprehen-  
sionen

- Es gibt **Funktionen höherer Ordnung**, d.h. Funktionen, deren Argumente und/oder Ergebnisse selbst wieder Funktionen sind.
- **Keine Schleifen**, sondern nur Rekursion.
- **Keine Anweisungen**, sondern nur Ausdrücke.
  - Auch Funktionen sind als Ausdrücke definierbar.
- In **rein** funktionalen Sprachen: **keine Zuweisungen** und keine Seiteneffekte.
  - ⇒ Eine Variable erhält zu Beginn ihren Wert, der sich nicht mehr ändert.
  - ⇒ Alle Datenstrukturen sind unveränderlich.
  - ⇒ **Referentielle Transparenz**: Eine Funktion liefert bei gleichen Argumenten immer das gleiche Ergebnis.
- Die meisten funktionalen Sprachen besitzen ein **starkes statisches Typsystem**, sodass zur Laufzeit kein `TypeError` auftreten kann.

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

`map`, `filter`  
und `reduce`

Komprehen-  
sionen

## Stark vs. schwach

- In einem **starken** Typsystem besitzt jeder Wert einen unveränderlichen Typ.
- In einem **schwachen** Typsystem kann ein Wert je nach Kontext unterschiedliche Typen annehmen.

## Statisch vs. dynamisch

- In einem **statischen** Typsystem wird vor Ausführung eines Programms eine Typüberprüfung durchgeführt. Das Programm kommt nur zur Ausführung, wenn diese Prüfung erfolgreich ist.
- In einem **dynamischen** Typsystem erfolgt die Typüberprüfung zur Laufzeit, vor Ausführung jeder Operation.
  - Flexibler als statische Typüberprüfung, aber meist weniger effizient!

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

map, filter  
und reduce

Komprehen-  
sionen

# 2 FP in Python



Funktionale  
Programmierung

**FP in Python**

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

`map`, `filter`  
und `reduce`

Komprehen-  
sionen

- Funktionen werden durch Objekte repräsentiert.
- Funktionen höherer Ordnung werden voll unterstützt.
- Python besitzt ein starkes dynamisches Typsystem.

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

`map`, `filter`  
und `reduce`

Komprehen-  
sionen

- **Referentielle Transparenz** kann in Python verletzt werden.  
Abhilfe: lokale Variablen nur einmal zuweisen, keine globalen Variablen nutzen, keine Mutables ändern.  
**Die meisten Beispiele sind “mostly functional” in diesem Sinn.**  
Vereinfacht Überlegungen zum aktuellen Zustand der Berechnung.
- **Rekursion.**  
Python limitiert die Rekursionstiefe, während funktionale Sprachen beliebige Rekursion erlauben und Endrekursion automatisch in Schleifen umwandeln.
- **Ausdrücke.**  
Python erlaubt bei `lambda`-Funktionen nur einen Ausdruck statt eines Blocks von Anweisungen.

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

`map`, `filter`  
und `reduce`

Komprehen-  
sionen

# 3 Funktionen definieren und verwenden



Funktionale  
Programmierung

FP in Python

**Funktionen  
definieren  
und  
verwenden**

Lambda-  
Notation

`map`, `filter`  
und `reduce`

Komprehen-  
sionen

- Eine Funktion ist ein Python-Objekt.

```
>>> def simple() -> None:
...     print('invoked')
...
>>> simple    # keine Klammern -> Funktionsobjekt
<function simple at 0x101b79120>
>>> simple() # mit Klammern -> Funktionsaufruf
invoked
```

- Es kann **zugewiesen** werden, als **Argument** übergeben werden und als **Funktionsresultat** zurückgegeben werden.
- Und es ist **aufzurufen** vom Typ Callable...

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

map, filter  
und reduce

Komprehen-  
sionen

# Funktionsverwendung



```
>>> from typing import Callable
>>> spam = simple; print(spam)
<function simple at 0x101b79120>
>>> def call_twice(fun : Callable[[],None]) -> None:
...     fun(); fun()
...
>>> call_twice(spam) # keine Klammern hinter spam
invoked
invoked
>>> def gen_fun() -> Callable[[], None]:
...     return spam
...
>>> gen_fun()
<function simple at 0x101b79120>
>>> gen_fun()()
invoked
```

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

map, filter  
und reduce

Komprehen-  
sionen

# 4 Lambda-Notation



Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

**Lambda-  
Notation**

`map`, `filter`  
und `reduce`

Komprehen-  
sionen

- Der `lambda`-Operator definiert eine **namenlose** Funktion, deren Rumpf durch einen Ausdruck gegeben ist.

```
>>> lambda x, y: x * y # multipliziere 2 Zahlen
<function <lambda> at 0x101b79080>
>>> (lambda x, y: x * y)(3, 8)
24
>>> mul = lambda x, y: x * y
```

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

`map`, `filter`  
und `reduce`

Komprehen-  
sionen

- Der Typ von `mul` kann nicht wie bei einer Funktionsdefinition geschrieben werden. Stattdessen verwende `typing.Callable`:

```
>>> from typing import Callable
>>> mul: Callable[[int, int], int] = lambda x, y: x * y
```

- Der allgemeine Typ einer Funktion ist `Callable[ArgTypes, RetType]` mit
  - *ArgTypes* ist die Liste der Typen der Parameter,
  - *RetType* ist der Typ des Rückgabewerts.
- Wird auch für Funktionsparameter verwendet, die selbst Funktionen sind.

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

`map`, `filter`  
und `reduce`

Komprehen-  
sionen

# Verwendung von Lambda-Funktionen (1)



```
>>> def mul2(x: int, y: int) -> int:
...     return x * y
...
>>> mul(4, 5) == mul2(4, 5)
True
```

- `mul2` ist äquivalent zu `mul`!
- Lambda-Funktionen werden hauptsächlich als Argumente für Funktionen (höherer Ordnung) benutzt.
- Solche Funktionen werden oft nur einmal verwendet und sind kurz, sodass sich die Vergabe eines Namens nicht lohnt.

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

`map`, `filter`  
und `reduce`

Komprehensionen

- Funktionen können Funktionen zurückgeben. Auch das Ergebnis einer Funktion kann durch einen Lambda-Ausdruck definiert werden.
- Beispiel: Eine Funktion, die einen Addierer erzeugt, der immer eine vorgegebene Konstante addiert:

```
>>> def gen_adder(c : int) -> Callable[[int], int]:  
...     return lambda x: x + c  
...  
>>> add5: Callable[[int], int] = gen_adder(5)  
>>> add5(15)  
20
```

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

map, filter  
und reduce

Komprehen-  
sionen

# 5 Nützliche Funktionen höherer Ordnung: map, filter und reduce



Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

**map, filter  
und reduce**

Komprehen-  
sionen

# map: Anwendung einer Funktion auf Iterierbares



- `map` hat zwei Argumente: eine Funktion und ein iterierbares Objekt.
- `map` wendet die Funktion auf jedes Element der Eingabe an und liefert die Funktionswerte als Iterator ab.

```
>>> list(map(lambda x: x**2, range(10)))  
[0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81]
```

- Eine getypte Definition für `map`:

```
def map[A, B](f : Callable[[A], B], xs : Iterable[A]) -> Iterator[B]:  
    for x in xs:  
        yield f (x)
```

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

map, filter  
und reduce

Komprehen-  
sionen

- Wir wollen eine Liste `c_list` von Temperaturen von Celsius nach Fahrenheit konvertieren. Nach dem Muster zur Verarbeitung von Sequenzen:

`ctof.py`

```
def ctof(temp : float) -> float:
    return ((9 / 5) * temp + 32)
def list_ctof(cl : list[float]) -> list[float]:
    result = []
    for c in cl:
        result += [ctof(c)]
    return result
c_list = [16, 3, -2, -1, 2, 4]
f_list = list_ctof(c_list)
```

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

`map`, `filter`  
und `reduce`

Komprehen-  
sionen

## Anwendungsbeispiel für map (2)



Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

`map`, `filter`  
und `reduce`

Komprehen-  
sionen

- Mit `map` wesentlich knapper:

```
f_list = list(map(lambda c: 1.8 * c + 32, c_list))
```

- In diesem Fall: besser die benannte Funktion `ctof` verwenden (bessere Dokumentation, was die Funktion bedeuten soll).

- Die eingebaute `map`-Funktion kann auch mit einer  $k$ -stelligen Funktion und  $k$  weiteren iterierbaren Eingaben aufgerufen werden ( $k > 0$ ).
- Für jeden Funktionsaufruf wird ein Argument von jeder der  $k$  Eingaben angefordert. Stop, falls eine der Eingaben keinen Wert mehr liefert.
- Ein Beispiel (vgl. `convolute0`)

```
def convolute_0(  
    xs : list[float], ys : list[float]  
    ) -> float:  
    return sum(map(lambda x, y: x*y,  
                   xs,  
                   reversed(ys)))
```

- Der Typ der eingebauten `map` Funktion kann mit den bisherigen Typannotationen nicht hingeschrieben werden.
- Wir brauchen eine unbekanntes Anzahl von Typvariablen, die sich nach der Zahl der Argumente richtet.

```
def map[*As, B](f : Callable[[*As], B], *xs : Iterable[*As])  
    -> Iterator[B]:
```

...

- Dabei ist `*As` eine **Tupeltypvariable**, die für ein Tupel von Typen steht. Sie kann nur zusammen mit Tupelunpacking (wie im Beispiel) verwendet werden.

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

`map`, `filter`  
und `reduce`

Komprehen-  
sionen

- Ein einfaches zip mit map programmiert:

```
>>> list(map(lambda x, y: (x, y),  
...         range(5), range(0, 50, 10)))  
[(0, 0), (1, 10), (2, 20), (3, 30), (4, 40)]
```

- Das originale zip funktioniert auch mit > 2 Argumenten...
- Volle Funktionalität von zip selbst gemacht:

```
def myzip[*As](*args : Iterable[*As]) -> Iterator[tuple[*As]]:  
    return map(lambda *args: args, *args)
```

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

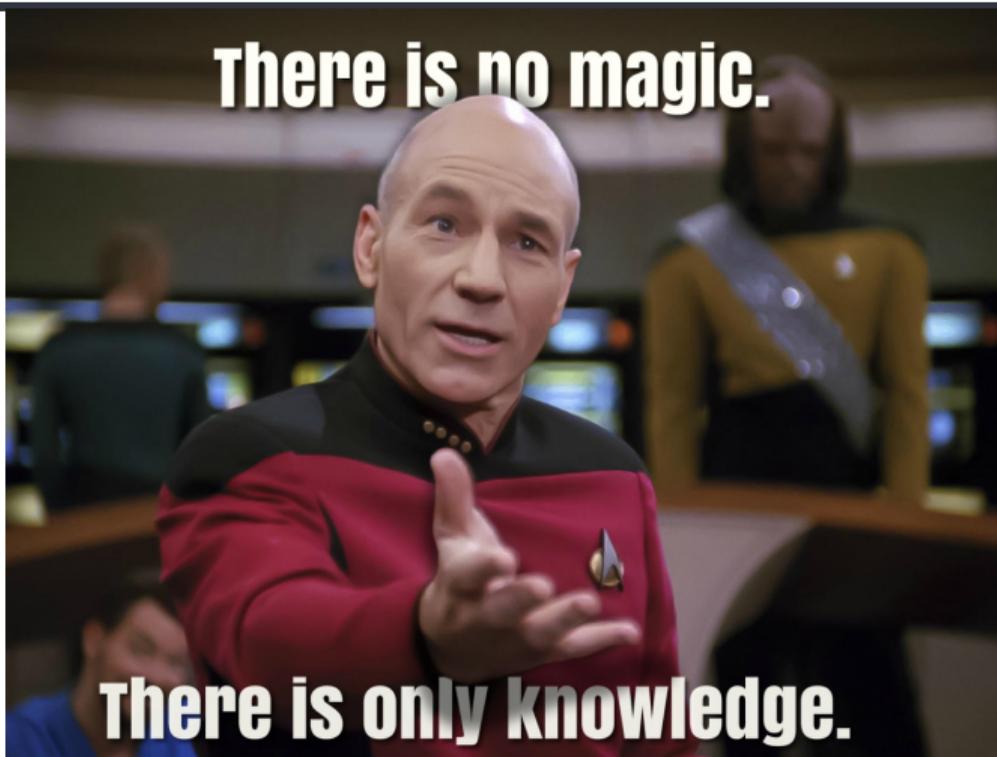
map, filter  
und reduce

Komprehen-  
sionen

\*arg?



UNI  
FREIBURG



Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

`map`, `filter`  
und `reduce`

Komprehen-  
sionen

- Eine Funktion kann eine variable Zahl von Argumenten akzeptieren.

- Schreibweise dafür

```
def func(a1, a2, a3, *args):  
    for a in args:  
        pass # process arguments 4, 5, ...  
    goo(a1, *args)
```

- func muss mit **mindestens drei** Argumenten aufgerufen werden.
- Weitere Argumente werden als **Tupel** zusammengefasst der Variablen args zugewiesen.
- Der \*-Operator kann auch in einer Liste von Ausdrücken auf ein iterierbares Argument angewendet werden.
- Er fügt die Elemente aus dem Iterator der Liste hinzu.

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

map, filter  
und reduce

Komprehen-  
sionen

## filter: Filtert unpassende Objekte aus



- `filter` erwartet als Argumente eine Funktion mit einem Parameter und ein iterierbares Objekt.
- Es liefert einen Iterator zurück, der die Objekte aufzählt, bei denen die Funktion nicht `False` (oder äquivalente Werte) zurück gibt.

```
>>> list(filter(lambda x: x > 0, [0, 3, -7, 9, 2]))  
[3, 9, 2]
```

- Eine Definition dazu

```
def filter[A](p : Callable[[A], bool], xs: Iterable[A]) -> Iterator[A]:  
    for x in xs:  
        if p(x):  
            yield x
```

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

`map`, `filter`  
und `reduce`  
Komprehensionen

# partial: Partielle Anwendung von Funktionen



- `from functools import partial`
- `partial(f, *args, **kwargs)` nimmt eine Funktion  $f$ , Argumente für  $f$  und Keywordargumente für  $f$
- Ergebnis: Funktion, die die verbleibenden Argumente und Keywordargumente für  $f$  nimmt und dann  $f$  mit sämtlichen Argumenten aufruft.

## Beispiel

- `int` besitzt einen Keywordparameter `base=`, mit dem die Basis der Zahlendarstellung festgelegt wird.
- `int("10011", base=2)` liefert 19
- Definiere `int2 = partial(int, base=2)`
- `assert int2("10011") == 19`

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

`map`, `filter`  
und `reduce`

Komprehen-  
sionen

# reduce: Reduktion eines iterierbaren Objekts auf ein Element



```
>>> from functools import reduce
```

- reduce wendet eine Funktion  $\oplus$  mit zwei Argumenten auf ein iterierbares Objekt und einen Startwert an.
- Der Startwert fungiert als **akkumulierender Parameter**:
  - Bei jedem Iterationsschritt wird der Akkumulator ersetzt durch (alter Akkumulator  $\oplus$  nächster Iterationswert).
  - Der finale Wert des Akkumulators ist das Ergebnis.
- Falls kein Startwert angegeben, verwende das erste Element der Iteration.

```
>>> from typing import Iterable
>>> reduce(lambda x, y: x * y, range(1, 5))
24
>>> def product(it: Iterable[float]) -> float:
...     return reduce(lambda x,y: x*y, it, 1)
... 
```

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

map, filter  
und reduce

Komprehen-  
sionen

# Anwendung von reduce (1)

```
>>> def to_dict(d: dict[int,int], key:int) -> dict[int,int]:  
...     d[key] = key**2  
...     return d  
...  
>>> reduce (to_dict, range(5), {})  
{0: 0, 1: 1, 2: 4, 3: 9, 4: 16}
```

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

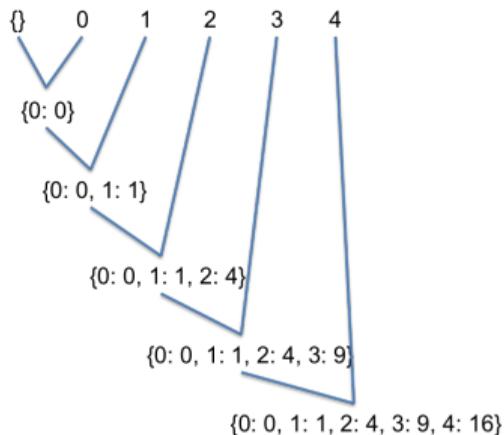
Lambda-  
Notation

map, filter  
und reduce

Komprehen-  
sionen

# Anwendung von reduce (2)

- Was genau wird da schrittweise **reduziert**?



Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

**map, filter  
und reduce**

Komprehen-  
sionen

# Einschub: Der echte Reduktionsoperator ist parallel!



- Python's `reduce` ist ein sogenannter **Fold Operator**.  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Fold\\_\(higher-order\\_function\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Fold_(higher-order_function))
- Das echte `reduce( $\oplus, [x_0, \dots, x_{m-1}]$ )` rechnet **parallel** und zwar so:
  - Arbeitet auf einem Array mit  $m = 2^n$  Elementen.
  - Parameter ist **assoziative Funktion**  $\oplus$ .
  - Berechnet  $r = ((x_0 \oplus x_1) \oplus x_2) \cdots \oplus x_{m-1}$ .
- Anstatt  $r$  mit  $\oplus$ -Operationen in  $m - 1$  Schritten zu berechnen ...

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

`map`, `filter`  
und `reduce`

Komprehen-  
sionen

## Einschub: Der echte Reduktionsoperator ist parallel (2)



- Berechne  $r = ((x_0 \oplus x_1) \oplus x_2) \cdots \oplus x_{m-1}$  ( $m - 1$  Operationen  $\oplus$ ).
- Beginne mit  $x_0, x_2, \dots, x_{m-2} \leftarrow (x_0 \oplus x_1), (x_2 \oplus x_3), \dots, (x_{m-2} \oplus x_{m-1})$ .
- D.h.  $m/2$  Operationen parallel in einem Schritt!
- Dann:  $x_0, x_4, \dots, x_{m-4} \leftarrow (x_0 \oplus x_2), (x_4 \oplus x_6), \dots, (x_{m-4} \oplus x_{m-2})$ .
- Jetzt  $m/4$  Operationen parallel in einem Schritt!
- Dann weiter so bis zum Ergebnis  $x_0 \leftarrow (x_0 \oplus x_{m/2})$ .
- ... in  $n = \log_2 m$  Schritten
- Falls  $m$  keine Zweierpotenz, werden fehlende Argumente durch die (Rechts-) Einheit von  $\oplus$  ersetzt.

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

`map`, `filter`  
und `reduce`

Komprehen-  
sionen

# 6 Komprehensionen



Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

`map`, `filter`  
und `reduce`

**Komprehen-  
sionen**

- **Komprehensionen** können Listen **deklarativ** und kompakt beschreiben.
- Inspiriert von der mathematischen Mengenschreibweise:  $\{x \in U \mid \phi(x)\}$  (alle  $x$  aus  $U$ , die die Bedingung  $\phi$  erfüllen). Beispiel:

```
>>> [str(x) for x in range(10) if x % 2 == 0]
['0', '2', '4', '6', '8']
```

- **Bedeutung:** Erstelle eine Liste aus allen  $\text{str}(x)$ , wobei  $x$  über das iterierbare Objekt  $\text{range}(10)$  läuft und nur die geraden Zahlen berücksichtigt werden.

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

map, filter  
und reduce

Komprehensionen

# Allgemeine Syntax von Listen-Komprehensionen



```
[ expr for pat1 in seq1 if cond1  
  for pat2 in seq2 if cond2  
  ...  
  for patn in seqn if condn ]
```

- Die *if*-Klauseln mit den booleschen Ausdrücken *cond1*, ... sind optional.
- Ist *expr* ein Tupel, muss es in Klammern stehen!
- Kurzschreibweise für Kombination aus *map* und *filter*.

```
>>> [str(x) for x in range(10) if x % 2 == 0]  
['0', '2', '4', '6', '8']  
>>> list(map(lambda y: str(y), filter(lambda x: x%2 == 0, range(10))))  
['0', '2', '4', '6', '8']
```

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

*map*, *filter*  
und *reduce*

Komprehen-  
sionen

# Zusammenhang Komprehensionen vs map und filter



## ■ Betrachte

```
[ expr for pat in seq if cond ]
```

mit  $pat ::= x_1, x_2, \dots, x_n$  für  $n > 0$

## ■ Entspricht

```
list (map (lambda pat: expr, filter (lambda pat: cond, seq)))
```

## ■ Falls if *cond* fehlt, kann das Filter weggelassen werden:

```
list (map (lambda pat: expr, seq))
```

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

map, filter  
und reduce

Komprehen-  
sionen

# Geschachtelte Listen-Komprehensionen (1)



- Konstruiere die Matrix `[[0, 1, 2, 3], [0, 1, 2, 3], [0, 1, 2, 3]]`:

```
>>> matrix: list[list[int]] = []
>>> for y in range(3):
...     matrix += [list(range(4))]
...
>>> matrix
[[0, 1, 2, 3], [0, 1, 2, 3], [0, 1, 2, 3]]
```

- Lösung mit Listen-Komprehensionen:

```
>>> [list(range(4)) for y in range(3)]
[[0, 1, 2, 3], [0, 1, 2, 3], [0, 1, 2, 3]]
```

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

`map`, `filter`  
und `reduce`

Komprehen-  
sionen

## Geschachtelte Listen-Komprehensionen (2)

- Konstruiere `[[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]]`:

```
>>> matrix: list[list[int]] = []
>>> for rownum in range(3):
...     row = []
...     for x in range(rownum*3, rownum*3 + 3):
...         row += [x+1]
...     matrix += [row]
... 
```

- Lösung mit Listen-Komprehensionen:

```
>>> [list(range(3*y+1, 3*y+4)) for y in range(3)]
[[1, 2, 3], [4, 5, 6], [7, 8, 9]]
```

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

`map`, `filter`  
und `reduce`

Komprehen-  
sionen

- Erzeuge das kartesische Produkt aus [0, 1, 2] und ['a', 'b', 'c']:

```
>>> prod: list[tuple[int, str]] = []
>>> for x in range(3):
...     for y in ['a', 'b', 'c']:
...         prod += [(x, y)]
... 
```

- Lösung mit Listen-Komprehensionen:

```
>>> [(x, y) for x in range(3) for y in ['a', 'b', 'c']]
[(0, 'a'), (0, 'b'), (0, 'c'), (1, 'a'), (1, 'b'), (1, 'c'), (2, 'a'), (2, 'b'), (2, 'c')]
```

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

map, filter  
und reduce

Komprehensionen

# Kartesisches Produkt mit `map` und `filter`

## ■ Erster Versuch

```
>>> map (lambda y: map (lambda x: (x,y), range(3)), "abc")  
<map object at 0x101bf3bb0>
```

## ■ ... etwas später

```
[[ (0, 'a'), (1, 'a'), (2, 'a') ], [ (0, 'b'), (1, 'b'), (2, 'b') ] ], [ (0, 'c
```

- eine Liste von Listen, weil das `map` von `map` einen Iterator von Iteratoren liefert.

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation  
`map`, `filter`  
und `reduce`

Komprehen-  
sionen

- Lösung: flatten entfernt eine Ebene von Iteration

```
def flatten[X](iix : Iterable[Iterable[X]]) -> Iterator[X]:  
    """flattens a nested iterable to a single iterator"""  
    for ix in iix:  
        for x in ix:  
            yield x
```

- Damit

```
print(list(flatten(map (lambda y: map (lambda x: (x,y), range(3)), "abc")))
```

- Ergebnis: [(0, 'a'), (1, 'a'), (2, 'a'), (0, 'b'), (1, 'b'), (2, 'b'), (0, 'c'), (1, 'c'), (2, 'c')]

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

map, filter  
und reduce  
Komprehensionen

# Allgemein: Elimination von Listen-Komprehensionen



## Elimination des innersten for

```
[expr for pat in seq if cond for ...] =  
flatten(map(lambda pat : [expr for ...], filter(lambda pat : cond, seq)))
```

## Beispiel schematisch

```
[(x, y) for x in range(3) for y in "abc"]
```

## Elimination von "for x" ergibt

```
flatten (map (lambda x: [(x, y) for y in "abc"], range(3)))
```

## Elimination von "for y" ergibt

```
flatten (map (lambda x: flatten (map (lambda y: [(x, y)], "abc")), range(3)))
```

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

map, filter  
und reduce

Komprehen-  
sionen

- Eine Variante der Komprehension baut keine Liste auf, sondern liefert einen **Iterator**, der alle Objekte nacheinander generiert.
- Syntaktischer Unterschied zur Listen-Komprehension: Runde statt eckige Klammern: **Generator-Komprehension**.
- Die runden Klammern können weggelassen werden, wenn der Ausdruck als Argument einer Funktion mit nur einem Parameter dient.

```
>>> sum(x**2 for x in range(11))  
385
```

- Braucht weniger Speicherplatz als `sum([x**2 for x in range(11)])`!

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

map, filter  
und reduce

Komprehen-  
sionen

# Komprehension für Dictionaries und Mengen



Komprehension-Ausdrücke lassen sich auch für Mengen und Dictionaries verwenden. Nachfolgend ein paar Beispiele:

```
>>> evens = set(range(0, 20, 2))
>>> {x for x in evens if x % 3 == 0}
{0, 18, 12, 6}
```

```
>>> text = 'Management Training Course'
>>> {x for x in text if x >= 'a'}
{'r', 'i', 'u', 's', 'm', 'a', 't', 'g', 'e', 'n', 'o'}
```

```
>>> { x: x**2 for x in range(1, 10)}
{1: 1, 2: 4, 3: 9, 4: 16, 5: 25, 6: 36, 7: 49, 8: 64, 9: 81}
```

Funktionale  
Programmierung

FP in Python

Funktionen  
definieren  
und  
verwenden

Lambda-  
Notation

map, filter  
und reduce

Komprehen-  
sionen