ALBERT-LUDWIGS-
UNIVERSITÄT FREIBURG

Prof. Dr. Peter Thiemann
Manuel Geffken

27.11.2015
Abgabe bis spätestens Freitag 04.12.2015, 10 Uhr
in die Briefkästen in Gebäude 51

5. Übungsblatt zur Vorlesung
Theoretische Informatik

Aufgabe 1: Pumping Lemma — 3 Punkte

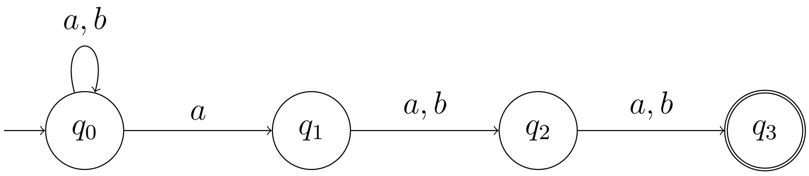
Sei Σ ein Alphabet mit $|\Sigma| \geq 2$ und sei L die Sprache der Palindrome über Σ, d.h.

$$L := \{w \mid w \in \Sigma^*, w = w^R\}$$

Dabei bezeichnet $\cdot^R$ wie üblich den Rückwärtsoperator.
Zeigen Sie: L ist *nicht* regulär.

Aufgabe 2: Potenzmengenkonstruktion I — 1+3 Punkte

Betrachten Sie den folgenden NEA, welcher über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ definiert ist.

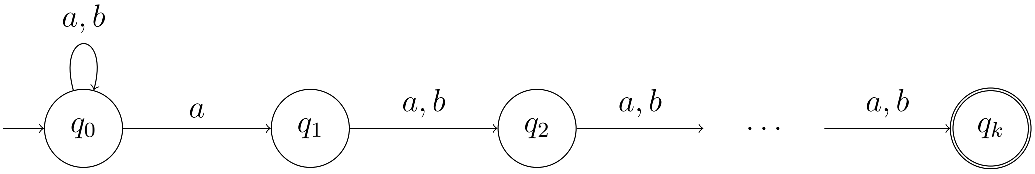


(a) Geben Sie die Sprache, die von diesem Automaten erkannt wird, an.

(b) Konstruieren Sie einen DEA, der die gleiche Sprache erkennt. Verwenden Sie dabei die in der Vorlesung vorgestellte Potenzmengenkonstruktion. Es genügt ein Zustandsdiagramm des DEA zu zeichnen.

Aufgabe 3: Potenzmengenkonstruktion II — (1+4)+2 Punkte

Für $k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ sei der NEA $\mathcal{B}_k$ über dem Alphabet $\Sigma := \{a, b\}$ wie folgt definiert:



(a) Wie viele erreichbare Zustände hat der DEA, welcher mit der in der Vorlesung vorgestellen Potenzmengenkonstruktion aus $\mathcal{B}_k$ erzeugt wird? Beweisen Sie Ihre Behauptung.

(b) Benutzen Sie den Index der Nerode Relation, um zu zeigen, dass der durch die Potenzmengenkonstruktion in (a) konstruierte Automat (man betrachte wieder nur die erreichbaren Zustände) minimal ist.

Aufgabe 4: Reguläre Ausdrücke I $4 \cdot 0.5 + 1$ Punkte

Geben Sie reguläre Ausdrücke an, welche die folgenden Sprachen über dem Alphabet $\Sigma := \{a, b\}$ beschreiben.

(a) $L_1 := \{w \in \Sigma^* \mid \text{auf jedes } a \text{ in } w \text{ folgt direkt ein } b\}$

(b) $L_2 := \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ enthält das Teilwort } bb\}$

(c) $L_3 := \{w \in \Sigma^* \mid w \text{ enthält das Teilwort } bb \text{ nicht}\}$

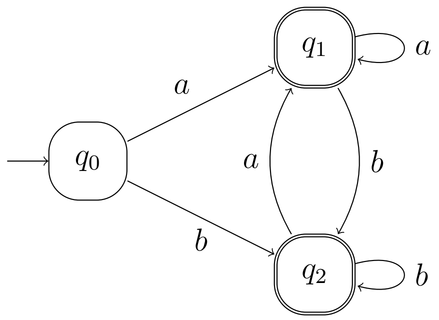
(d) $L_4 := \left\{ w \in \Sigma^* \;\middle|\; \begin{array}{l} w \text{ enthält genau zweimal das Symbol } a \text{ oder} \\ w \text{ enthält genau einmal das Symbol } b \end{array} \right\}$

(e) Sprache der Wörter mit einer geraden Anzahl b's am Ende:

$$L_5 := \left\{ w \in \Sigma^* \;\middle|\; \begin{array}{l} \text{die Länge des längsten Suffixes von } w \text{, wel-} \\ \text{ches nur aus } b\text{'s besteht, ist gerade} \end{array} \right\}$$

Aufgabe 5: Reguläre Ausdrücke II 3 Bonuspunkte

Gegeben sei folgender DEA $\mathcal{A}$.



Verwenden Sie das Verfahren der Vorlesung (aus dem Beweis zum Satz von Kleene) um einen regulären Ausdruck r zu erzeugen, so dass $[\![r]\!] = L(\mathcal{A})$.

Aufgabe 6: Abgeschlossenheit Regulärer Sprachen 4 Bonuspunkte

Sei Σ ein Alphabet und seien $a_1, a_2, \dots a_n \in \Sigma$. Sei L eine Sprache über Σ.

Die Operation F ist auf Wörtern wie folgt definiert.

$$F(a_1 a_2 \dots a_n) = a_1 a_3 \dots a_m \qquad \text{wobei} \begin{cases} m = n-1 & \text{falls } n > 0 \land n \text{ gerade,} \\ m = n & \text{sonst.} \end{cases}$$

D.h. jeder zweite Buchstabe wird gelöscht. Insbesondere gilt $F(\varepsilon) = \varepsilon$.
Auf Sprachen ist F wie folgt definiert.

$$F(L) = \{F(w) \mid w \in L\}.$$

Zeigen Sie, dass die regulären Sprachen unter F abgeschlossen sind. Das heißt, wenn L regulär ist, dann ist auch $F(L)$ regulär.