ALBERT-LUDWIGS-
UNIVERSITÄT FREIBURG

Prof. Dr. Peter Thiemann
Manuel Geffken

04.12.2015
Abgabe bis spätestens Freitag 11.12.2015, 10 Uhr
in die Briefkästen in Gebäude 51

6. Übungsblatt zur Vorlesung
Theoretische Informatik

Aufgabe 1: Entscheidungsverfahren für reguläre Sprachen — 2 Punkte

Geben Sie ein Entscheidungsverfahren für folgendes Problem an. Begründen Sie kurz die Korrektheit Ihres Verfahrens.

Seien A_1, A_2 DEAs. Ist $|L(A_1)| < |L(A_2)|$?
Hinweise:

- Sie dürfen in Ihren Verfahren alle Algorithmen aus der Vorlesung verwenden.
- Betrachten Sie unendliche Mengen als gleich groß.

Aufgabe 2: Abgeschlossenheit Regulärer Sprachen — 1+2 Punkte

Sei Σ ein Alphabet und sei $\mathrm{RE}(\Sigma)$ die Menge der regulären Ausdrücke über Σ.

Zeigen Sie, dass die regulären Sprachen unter dem Rückwärtsoperator $[\cdot]^R$ abgeschlossen sind, indem Sie den Rückwärtoperator, ähnlich zur Definition der Sematik regulärer Ausdrücke aus der Vorlesung, als Operator auf den regulären Ausdrücken definieren.

(a) Geben Sie eine induktive Definition von $[.]^R : \mathrm{RE}(\Sigma) \to \mathrm{RE}(\Sigma)$ an.

(b) Zeigen Sie per Induktion, dass $[\![r]\!]^R = [\![r^R]\!]$.

Aufgabe 3: Kontextfreie Grammatik I — 1 Punkt

Gegeben sei die kontextfreie (Typ 2) Grammatik $G := (N, T, P, S)$ mit

$$
\begin{array}{rcl}
N & := & \{S\} \\
T & := & \{a, b\} \\
P & := & \\
 & \{ & S \to \varepsilon \\
 & , & S \to aSbS \\
 & , & S \to bSaS \\
 & \} &
\end{array}
$$

Welche Sprache L wird von G erzeugt? Geben Sie eine möglichst einfache Beschreibung für L an. (Ein Beweis für $L = L(G)$ ist nicht nötig.)

Aufgabe 4: Kontextfreie Grammatik II 1 Punkt

Geben Sie eine kontextfreie (Typ 2) Grammatik $\mathcal{G}$ an, so dass gilt

$$\mathcal{L}(\mathcal{G}) = \{a^n b^m b^n a^m \in \{a,b\}^* \mid m, n \in \mathbb{N}; m, n \geq 1\}.$$

Aufgabe 5: Grammatik regulärer Ausdrücke 2 Punkte

Sei $\Sigma := \{a_1, \ldots, a_n\}$ ein Alphabet. Geben Sie eine kontextfreie Grammatik an, die die Menge der regulären Ausdrücke über Σ erzeugt. Benutzen Sie dazu die folgenden Terminalsymbole:

$$T := \Sigma \cup \{\boxed{\mathbf{0}}, \boxed{\mathbf{1}}, \boxed{+}, \boxed{\cdot}, \boxed{^*}, \boxed{(}, \boxed{)}\}$$