ALBERT-LUDWIGS-
UNIVERSITÄT FREIBURG

Prof. Dr. Peter Thiemann
Luminous Fennell

4.11.2016
Abgabe bis spätestens Freitag 11.11.2016, 14 Uhr
in Briefkasten ,,Informatik III WS2016/17"
in Gebäude 51

3. Übungsblatt zur Vorlesung

Theoretische Informatik

Hinweise

- Übungsblätter erscheinen in der Regel freitags nach der Vorlesung.
- Übungsblätter müssen von jedem Studenten selbstständig bearbeitet werden
- Abgabe in **Briefkasten ,,Informatik III WS2016/17"** in Geb. 51
- Die abgegebenen Lösungen werden von den Tutoren mit Punkten bewertet und in den Übungsgruppen besprochen.
- **Schreiben Sie unbedingt die Nummer ihrer Übungsgruppe auf die Lösung!**

Aufgabe 1: maxstring — 1 Punkte

Sei die Funktion maxstring : $\Sigma^* \to \Sigma^*$ definiert als:

$$\text{maxstring}(L) = \{w \mid w \in L \text{ und } \forall z \in \Sigma^* : \text{ wenn } z \neq \varepsilon \text{ dann } wz \notin L\}$$

Zeigen Sie oder widerlegen Sie:

Falls maxstring(L) regulär ist, dann ist auch L regulär.

Aufgabe 2: Abschlusseigenschaften I — 2+2 Punkte

Zeigen Sie jeweils, dass die regulären Sprachen unter den beiden folgenden Funktionen abgeschlossen sind.

(a) maxstring

(b) prefix(L) $= \{w \mid \exists x \in \Sigma^* : wx \in L\}$

Führen Sie den Beweis, indem Sie eine Konstruktion für einen Automaten A als 5-Tupel angeben und anschließend zeigen, dass A die Sprache $f(L)$ für f = prefix bzw. f = maxstring erkennt. Sie dürfen dabei alle Ergebnisse aus der Vorlesung und den Übungen, sowie das folgende Lemma verwenden:
Sei $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ein DEA. Für $q \in Q$ und $w, w' \in \Sigma^*$ gilt

$$\hat{\delta}(\hat{\delta}(q, w), w') = \hat{\delta}(q, w \cdot w')$$

Aufgabe 3: Abschlusseigenschaften II 2 Punkte

Sei $f : \Sigma_1 \to \Sigma_2^* \setminus \{\varepsilon\}$ eine Funktion. Sei $L \subseteq \Sigma_1^*$ eine Sprache. Definiere $\mathrm{subst}_f(L) \subseteq \Sigma_2^*$ durch:

$$\mathrm{subst}_f(L) = \{w_1 \cdot \ldots \cdot w_n \mid \exists w \in L : w = a_1 \ldots a_n, \forall 1 \leq i \leq n : a_i \in \Sigma_1 \text{ und } w_i = f(a_i)\}$$

Zeigen Sie, dass die regulären Sprachen für alle f unter subst_f abgeschlossen sind, indem Sie einen NEA für $\mathrm{subst}_f(L)$ als 5-Tupel angeben. Sie brauchen keinen formalen Beweis für die Korrektheit des Automaten anzugeben. Beschreiben Sie aber die Funktionsweise Ihres NEAs.

Aufgabe 4: NEAs 1+2 Punkte

Geben Sie für die folgenden Sprachen L ein Zustandsdiagramm eines NEAs A an, so dass $L(A) = L$.

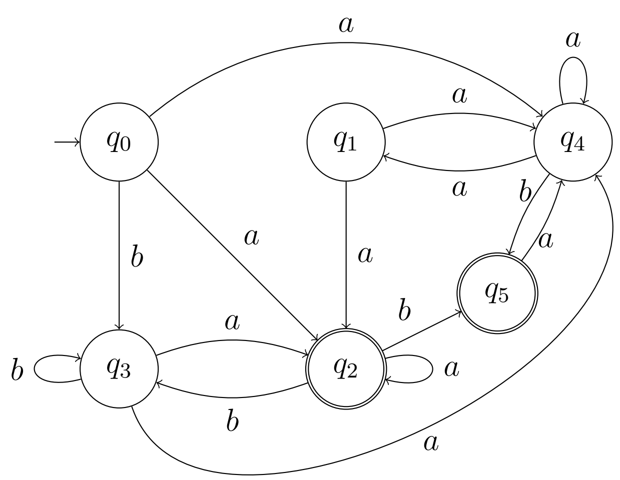
(a) $\{w \mid w \in \{\texttt{a}, \texttt{b}, \texttt{c}, \texttt{d}, \texttt{e}\}^*$ und w beginnt und endet mit dem gleichen Zeichen$\}$.

(b) $\{w \mid w$ enthält mindestens einmal eine der Zeichenfolgen `aaba`, `abb` oder `ababa`$\}$. Halten Sie die Anzahl der Zustände hier möglichst klein.

Aufgabe 5: Potenzmengenkonstruktion I 2 Punkte

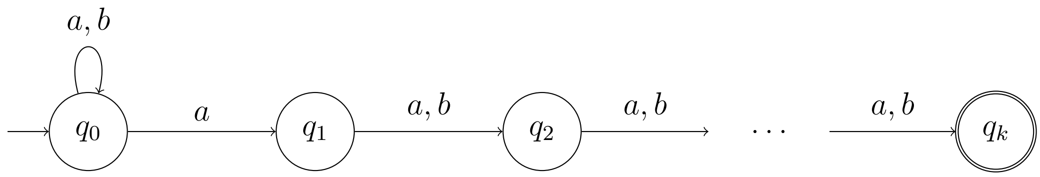
Wenden Sie die in der Vorlesung vorgestellte *Potenzmengenkonstruktion* an um den folgenden NEA in einen äquivalenten DEA umzuwandeln. Beachten Sie dabei:

- dass Sie die Zustände des DEAs unbedingt als Mengen von Zuständen des NEAs angeben.
- dass Sie die Transitionsfunktion nur für erreichbare Zustände angeben.



Aufgabe 6: Potenzmengenkonstruktion II 4+2 Punkte

Für $k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ sei der NEA A_k über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ wie folgt definiert:



(a) Wie viele *erreichbare Zustände* hat der DEA, welcher mit der in der Vorlesung vorgestellen Potenzmengenkonstruktion aus A_k erzeugt wird? Beweisen Sie Ihre Behauptung.

(b) Benutzen Sie den Index der Nerode Relation, um zu zeigen, dass der durch die Potenzmengenkonstruktion in (a) konstruierte Automat (man betrachte wieder nur die erreichbaren Zustände) minimal ist.