ALBERT-LUDWIGS-
UNIVERSITÄT FREIBURG

Prof. Dr. Peter Thiemann
Luminous Fennell

25.11.2016
Abgabe bis spätestens Freitag 02.12.2016, 14 Uhr
in Briefkasten ,,Informatik III WS2016/17"
in Gebäude 51

5. Übungsblatt zur Vorlesung
Theoretische Informatik

Hinweise

- Übungsblätter erscheinen in der Regel freitags nach der Vorlesung.
- Übungsblätter müssen von jedem Studenten selbstständig bearbeitet werden
- Abgabe in **Briefkasten ,,Informatik III WS2016/17"** in Geb. 51
- Die abgegebenen Lösungen werden von den Tutoren mit Punkten bewertet und in den Übungsgruppen besprochen.
- **Schreiben Sie unbedingt die Nummer ihrer Übungsgruppe auf die Lösung!**

Aufgabe 1: Reguläre Ausdrücke — 2 Punkte

Die Funktion nullable : $Reg(\Sigma) \to \{\texttt{true}, \texttt{false}\}$ wurde in der Vorlesung wie folgt definiert:

$$
\begin{aligned}
\text{nullable}(\mathbf{0}) &= \texttt{false} \\
\text{nullable}(\mathbf{1}) &= \texttt{true} \\
\text{nullable}(\sigma) &= \texttt{false} \text{ wobei } \sigma \in \Sigma \\
\text{nullable}(r_1 \cdot r_2) &= \text{nullable}(r_1) \land \text{nullable}(r_2) \\
\text{nullable}(r_1 + r_2) &= \text{nullable}(r_1) \lor \text{nullable}(r_2) \\
\text{nullable}(r^*) &= \mathit{true}
\end{aligned}
$$

Hierbei sind $\land$ und $\lor$ die üblichen logischen Operationen. Zeigen Sie per Induktion über den Ausdruck r, dass gilt

$$\varepsilon \in [\![r]\!] \text{ gdw } \text{nullable}(r) = \texttt{true}$$

Sie dürfen, zusätzlich zu den Ergebnissen aus Vorlesung und Übung, folgendes Lemma ohne Beweis verwenden:

> Für alle $x, y \in \Sigma^*$ gilt: wenn $x \cdot y = \varepsilon$, dann ist $x = y = \varepsilon$.

Aufgabe 2: Reguläre Grammatiken — 6 Punkte

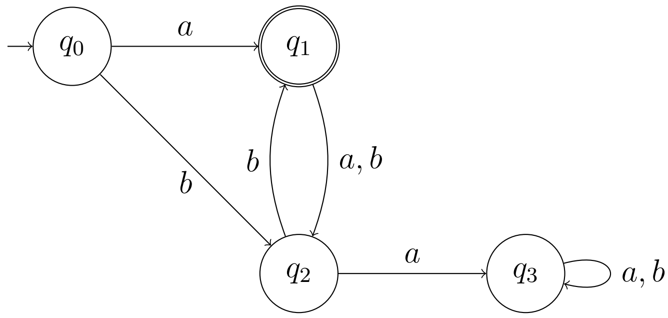
(a) Wenden Sie das Verfahren der Vorlesung an um aus der folgenden regulären Grammatik G einen NEA zu konstruieren.

$$G = (\{S, T, W\}, \{a, b\}, P, S)$$

mit $P =$

$$\begin{aligned} S &\to aT \\ T &\to bT \\ T &\to a \\ T &\to aW \\ W &\to \varepsilon \\ W &\to aT \end{aligned}$$

(b) Betrachten Sie folgenden DEA A:



Konstruieren Sie mit dem Verfahren der Vorlesung eine reguläre Grammatik für A.

Aufgabe 3: Kontextfreie Sprachen I 4 Punkte

Die folgende kontextfreie Grammatik G soll genau die Sprache $L = \{a^n cb^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ erzeugen:

$$G = (\{S\}, \{a, b, c\}, P, S)$$

mit $P =$

$$\begin{aligned} S &\to c \\ S &\to aSb \end{aligned}$$

Beweisen Sie durch Induktion, dass $L(G) = L$ gilt. *Hinweis:* Beweisen Sie die Richtung $\supseteq$ per Induktion über das n von $a^n cb^n$.

Aufgabe 4: Kontextfreie Sprachen II 4 Punkte

Geben Sie zu den folgenden zwei Sprachen Beispielen jeweils eine kontextfreie Grammatik an:

(a) $L_1 = \{\mathtt{a}^n\mathtt{b}^m \mid m \geq n, m - n \text{ gerade}\}$

(b) $L_2 = \{w \in \{\mathtt{a}, \mathtt{b}\}^* \mid w = w^R \text{ und jedem Vorkommen von } \mathtt{a} \text{ in } w \text{ folgt ein } \mathtt{b}\}$

Hinweis: Der Rückwärtsoperator $\cdot^R : \Sigma^* \to \Sigma^*$ ist definiert als:

$$\varepsilon^R = \varepsilon$$
$$(aw)^R = w^R a$$