ALBERT-LUDWIGS-
UNIVERSITÄT FREIBURG

Prof. Dr. Peter Thiemann
Luminous Fennell

02.12.2016
Abgabe bis spätestens Freitag 09.12.2016, 14 Uhr
in Briefkasten „Informatik III WS2016/17"
in Gebäude 51

6. Übungsblatt zur Vorlesung
Theoretische Informatik

Hinweise

- Übungsblätter erscheinen in der Regel freitags nach der Vorlesung.
- Übungsblätter müssen von jedem Studenten selbstständig bearbeitet werden
- Abgabe in **Briefkasten „Informatik III WS2016/17"** in Geb. 51
- Die abgegebenen Lösungen werden von den Tutoren mit Punkten bewertet und in den Übungsgruppen besprochen.
- **Schreiben Sie unbedingt die Nummer ihrer Übungsgruppe auf die Lösung!**
- Falls die Aufgaben Ihnen unklar oder fehlerhaft erscheinen, oder Sie sonstige Fragen zu den Aufgaben haben, wenden Sie sich an das **Forum**.

Aufgabe 1: Ableitungsbäume — 4 Punkte

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik

$$\mathcal{G} = (\{S\}, \{x, y, +\}, P, S)$$

Mit folgender Menge an Produktionen P:

$$\begin{aligned} S &\to S + S \\ S &\to x \\ S &\to y \end{aligned}$$

(a) Zeigen Sie, dass $\mathcal{G}$ nicht eindeutig ist.

(b) Geben Sie eine eindeutige Grammatik $\mathcal{G}'$ an mit $L(\mathcal{G}') = L(\mathcal{G})$. Begründen Sie *kurz* warum Ihre Grammatik eindeutig ist und die gewünschte Sprache erzeugt.

Aufgabe 2: Balancierte Klammern — 4 Punkte

Sei $\Sigma = \{[,]\}$, das Alphabet mit der öffnenden und der schließenden eckigen Klammer. Die Sprache Bal $\subseteq \Sigma^*$ der balancierten, eckigen Klammern ist induktiv definiert durch:

- $\varepsilon \in \mathrm{Bal}$
- $[w_1]w_2 \in \mathrm{Bal}$ falls $w_1 \in \mathrm{Bal}$ und $w_2 \in \mathrm{Bal}$

Betrachten Sie ferner die Grammatik $\mathcal{G} = (\{S\}, \Sigma, P, S)$ mit

$$P = \{S \to [S] \\ S \to SS \\ S \to \varepsilon\}$$

(a) Zeigen Sie per Induktion über die Ableitungsbäume von $\mathcal{B}$, dass wenn $w \in L(\mathcal{B})$, dann $w \in \mathrm{Bal}$ (also $L(\mathcal{B}) \subseteq \mathrm{Bal}$):

$$\forall \mathcal{A} \in \mathrm{Abl}(\mathcal{B}, S) : Y(\mathcal{A}) \in \mathrm{Bal}$$

(b) Zeigen Sie per Induktion über die Länge von $w \in \Sigma^*$, dass wenn $w \in \mathrm{Bal}$, dann $w \in L(\mathcal{B})$ (also $\mathrm{Bal} \subseteq L(\mathcal{B})$)

Aufgabe 3: ε-Eliminierung 4 Punkte

Betrachten Sie die Grammatik $\mathcal{G} = (N, \Sigma, P, S)$ mit $N = \{S, A, B, C\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$ und den folgenden Regeln:

$$S \to aT \tag{1}$$
$$S \to AB \tag{2}$$
$$T \to BC \tag{3}$$
$$A \to Aa \tag{4}$$
$$A \to Cc \tag{5}$$
$$B \to Cb \tag{6}$$
$$B \to \varepsilon \tag{7}$$
$$C \to B \tag{8}$$

(a) Berechnen Sie mit dem Verfahren der Vorlesung die Menge M der Nichtterminale, aus denen sich ε ableiten lässt:

$$\mathrm{Nullable}(\mathcal{G}) = \{A \in N \mid A \stackrel{*}{\Longrightarrow}_{\mathcal{G}} \varepsilon\}$$

Geben Sie dabei zu jedem Schritt die Zwischenergebnisse an.

(b) Wenden Sie den Algorithmus Del aus der Vorlesung an, um $\mathcal{G}$ in eine äquivalente ε-freie Grammatik zu transformieren.

Aufgabe 4: Nützliche Produktionen 4 Punkte

Sei $\mathcal{G} = (N, \Sigma, P, S)$ eine kontextfreie Grammatik. Die *nützlichen* Nichtterminale $\mathrm{Useful}(\mathcal{G}) \subseteq N$ von $\mathcal{G}$ sind diejenigen, aus denen Worten aus Σ^* ableitbar sind.

$$\mathrm{Useful}(\mathcal{G}) = \{A \in N \mid \exists w \in \Sigma^* : A \stackrel{*}{\Longrightarrow}_{\mathcal{G}} w\}$$

Die Menge lässt sich iterativ aus $\mathcal{G}$ berechnen als $\bigcup_{i \in \mathbb{N}} U_i$, wobei

$$U_0 = \emptyset$$
$$U_{i+1} = \{A \in N \mid A \to w_0 A_1 w_1 \ldots A_n w_n \in P \text{ und } \forall 1 \leq j \leq n : A_j \in U_i\}$$

Zeigen Sie, dass

$$\mathrm{Useful}(\mathcal{G}) = \bigcup_{i \in \mathbb{N}} U_i.$$