ALBERT-LUDWIGS-
UNIVERSITÄT FREIBURG

Prof. Dr. Peter Thiemann
Luminous Fennell

20.1.2016
Abgabe bis spätestens Freitag 27.1.2016, 14 Uhr
in Briefkasten „Informatik III WS2016/17"
in Gebäude 51

10. Übungsblatt zur Vorlesung
Theoretische Informatik

Hinweise

- Übungsblätter erscheinen in der Regel freitags nach der Vorlesung.
- Übungsblätter müssen von jedem Studenten selbstständig bearbeitet werden
- Abgabe in **Briefkasten „Informatik III WS2016/17"** in Geb. 51
- Die abgegebenen Lösungen werden von den Tutoren mit Punkten bewertet und in den Übungsgruppen besprochen.
- **Schreiben Sie unbedingt die Nummer ihrer Übungsgruppe auf die Lösung!**
- Falls die Aufgaben Ihnen unklar oder fehlerhaft erscheinen, oder Sie sonstige Fragen zu den Aufgaben haben, wenden Sie sich an das **Forum**.

Aufgabe 1: Turingmaschine, Funktion berechnen 3 Punkte

Wir verwenden das Alphabet $\Sigma = \{|, \#\}$. Eine natürliche Zahl n wird durch n Striche dargestellt (Unärdarstellung). Das Symbol # wird benutzt, um zwei Zahlen voneinander zu trennen.
Konstruieren Sie eine Turingmaschine M, sodass die Eingabe aus zwei Zahlen getrennt durch # besteht und als Ausgabe deren Summe berechnet wird.

Aufgabe 2: Turingmaschinen ? Punkte

Gegeben seien das Eingabealphabet $\Sigma = \{1\}$, das Bandalphabet $\Gamma = \{1, \sqcup\}$ und eine vierelementige Zustandsmenge $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$. Geben Sie eine Transitionsfunktion δ an, so dass die deterministische Turingmaschine $\tau = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \sqcup)$ angesetzt auf das leere Wort 1. terminiert und 2. eine möglichst große Anzahl von Einsen auf das Band schreibt.

Für diese Aufgabe erhalten Sie so viele Punkte wie Ihre Turingmaschine Einsen auf das Band schreibt, bevor sie anhält.
Hinweis: Erklären Sie die Funktionsweise Ihrer Lösung und geben Sie an, wie viele Einsen ihre Maschine ausgibt und wie viele Schritte sie dafür braucht!

Aufgabe 3: Akzeptanz 5 Punkte

Laut Vorlesung akzeptiert eine Turingmaschine $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \sqcup)$ eine Eingabe w, falls $qw_\sqcup \vdash^* uq'v$ mit $q' \in F$ und $uq'v$ Haltekonfiguration (*strikte Akzeptanz*).
Eine Turingmaschine mit *laxer Akzeptanz* akzeptiert ein Wort w bereits, wenn es nur eine Berechnung $qw_\sqcup \vdash^* uq'v$ mit $q' \in F$ gibt.

Zeigen Sie: zu jeder TM $\mathcal{L}$, die eine Sprache U lax akzeptiert, gibt es eine äquivalente TM $\mathcal{S}$, die U strikt akzeptiert und umgekehrt. Diskutieren Sie auch den Fall, wenn $\mathcal{L}$ die Sprache U mit laxer Akzeptanz entscheidet.

Aufgabe 4: Kontextsensitive Grammatik 3 Punkte

Sei $G = (N, \Sigma, P, S)$ eine Grammatik. Die ursprüngliche Definition einer kontextsensitiven Grammatik fordert, dass jede Produktion die Form $\alpha A \gamma \to \alpha\beta\gamma$ hat, wobei $A \in N$, $\alpha, \gamma \in (N \cup \Sigma)^*$ und $\beta \in (N \cup \Sigma)^+$. Zusätzlich ist $S \to \varepsilon$ erlaubt, falls S auf keiner rechten Regelseite vorkommt.
Offenbar hat eine solche Grammatik den Typ 1.
Zeigen Sie, dass es zu jeder Typ-1 Grammatik eine äquivalente kontextsensitive Grammatik (im gerade definierten Sinn) gibt.
Zur Vereinfachung nehmen Sie an, dass in der Typ-1 Grammatik alle Produktionen entweder die Form $A \to a$ ($a \in \Sigma$, $A \in N$) haben oder dass beide Seiten nur Nichtterminale enthalten.