Informatik I: Einführung in die Programmierung

Prof. Dr. Peter Thiemann
Hannes Saffrich, Michael Uhl
Wintersemester 2022

Universität Freiburg
Institut für Informatik

Übungsblatt 5

Abgabe: Montag, 21.11.2022, 9:00 Uhr morgens

Typannotationen

Ab diesem Übungsblatt müssen Sie bei jeder Funktionsdefinition korrekte Typannotationen für die Argumente und den Rückgabewert angeben. Bei Verstößen gibt es einen Punktabzug bis zu 0.5 Punkten pro Funktionsdefinition.

Aufgabe 5.1 (Galgenmännchen; Datei: `hangman.py`; Punkte: 2+2+4+1)

In dieser Aufgabe sollen Sie das Spiel Hangman (zu Deutsch: Galgenmännchen) implementieren.

Ziel des Spiels ist es ein geheimes, zufällig ausgewähltes Wort zu erraten und dabei nur eine begrenzte Anzahl an Fehlversuchen zu machen. Zu Beginn werden alle Buchstaben des Wortes durch Platzhalter `_` ersetzt. Ist das geheime Wort beispielsweise `weather`, so ist nur Folgendes sichtbar:

```
_______
```

Es kann nun ein Buchstabe geraten werden. Ist der Buchstabe im Wort enthalten, werden alle Vorkommen des Buchstabens im Wort aufgedeckt. Wird beispielsweise `e` geraten, so ist nun Folgendes sichtbar:

```
_e___e_
```

Wird ein Buchstabe geraten, der nicht im Wort enthalten ist, so zählt dies als Fehlversuch. Ist eine bestimmte Anzahl an Fehlversuchen überschritten, so ist das Spiel verloren.

Gehen Sie bei der Implementierung wie folgt vor:

(a) Schreiben Sie eine Funktion `input_choice`, die eine Frage und eine Liste an möglichen Antworten als Argumente nimmt, und so lange mit `input` nach einer Eingabe fragt, bis die Eingabe exakt einem String aus der Liste entspricht, und diese Eingabe zurückgibt.

Die Funktion soll dabei *exakt* die folgende Ausgabe erzeugen, wenn die Benutzereingaben `'klaiefh'`, `'yes!!!'` und `'yes'` getätigt werden (Eingaben sind in `blau` gedruckt):

```
>>> answer = input_choice('Do you want to play a game?', ['yes', 'no'])
Do you want to play a game? [yes | no]
> klaiefh
Invalid answer. Try again.
```

```
> yes!!!
Invalid answer. Try again.
> yes
```

Die Variable `answer` bekommt dabei den Wert `'yes'` zugewiesen.

(b) Schreiben Sie eine Funktion `shape`, die das geheime Wort `word` und einen String der bisher erratenen Zeichen `guesses` als Argumente nimmt, alle Zeichen in `word` durch `'_'` ersetzt, die nicht in `guesses` enthalten sind, und den resultierenden String zurückgibt.

Beispiele:

```
>>> shape('weather', '')
'_______'
>>> shape('weather', 'e')
'_e___e_'
>>> shape('weather', 'eth')
'_e_the_'
```

(c) Schreiben Sie eine Funktion `hangman`, die das geheime Wort `word` und die Anzahl der erlaubten Fehlversuche als Argumente nimmt und mit Ihnen eine Runde Hangman spielt. Verwenden Sie dabei eine `while`-Schleife, die solange zum Raten aufzufordert, bis die Anzahl der erlaubten Fehlversuche überschritten wurde. In jedem Schleifendurchlauf sollen dabei mindestens die folgenden Ausgaben gemacht werden:

- das aktuelle "`shape`" des geheimen Wortes, z.B. `'_e_the_'`;
- die Anzahl der Fehlerversuche die noch erlaubt sind;
- eine Aufforderung erneut zu raten, falls dies noch erlaubt ist.

Desweiteren soll an der Ausgabe erkennbar sein, ob das Spiel gewonnen oder verloren wurde.

Wird beim Raten ein String eingegeben, der nicht aus genau einem Zeichen besteht, so wird eine Fehlermeldung gedruckt und erneut nach einer Eingabe gefragt. Der Spielzustand verändert sich dadurch nicht.

Ein Aufruf von `hangman('weather', 5)` könnte also wie folgt aussehen:

```
_______; 5 mistakes left; make a guess: e
_e___e_; 5 mistakes left; make a guess: i
_e___e_; 4 mistakes left; make a guess: a
_ea__e_; 4 mistakes left; make a guess: th
Invalid input. Guess has to be exactly one letter. Try again.
_ea__e_; 4 mistakes left; make a guess: t
_eat_e_; 4 mistakes left; make a guess: h
_eathe_; 4 mistakes left; make a guess: h
_eathe_; 4 mistakes left; make a guess: w
```

```
weathe_; 4 mistakes left; make a guess: r

You won! The word was 'weather'! You're the best! Everyone loves you!
```

(d) Fügen Sie z.B. folgenden Code[1] zu Ihrer Implementierung hinzu um ein vollständiges Hangman-Spiel zu erhalten:

```
# Importieren des Moduls für das Generieren von Zufallszahlen
import random

def input_choice ...  # Aufgabenteil (a)

def shape ...         # Aufgabenteil (b)

def hangman ...       # Aufgabenteil (c)

if __name__ == '__main__':
    words = [ 'apple', 'tree', 'python', 'bench', 'float' ]

    max_fails = int(input("Number of allowed mistakes: "))

    while input_choice("Wanna play a game?", ['yes', 'no']) == 'yes':
        word = random.choice(words)  # Wähle ein zufälliges Wort aus.
        hangman(word, max_fails)
```

[1] Den Code gibt es auch zum Download unter http://proglang.informatik.uni-freiburg.de/teaching/info1/2022/exercise/sheet05/hangman.py

Aufgabe 5.2 (Gruppenaufgabe: Mandelbrot; Datei: `mandelbrot.py`; Punkte: 4+3+0+2)
Die Mandelbrot-Menge M ist die Menge aller komplexen Zahlen $c \in \mathbb{C}$, sodass die folgende Zahlenfolge beschränkt bleibt:

$$z_0 = 0$$
$$z_{n+1} = z_n^2 + c$$

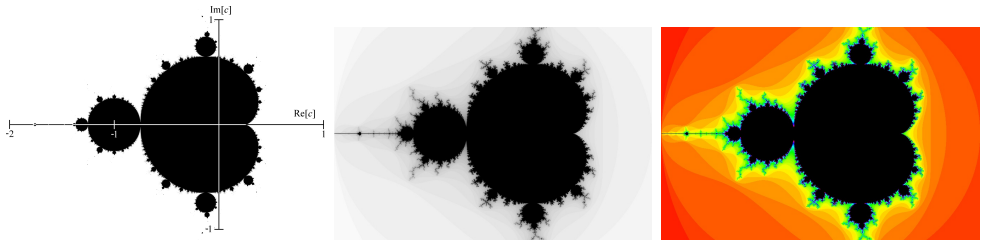
Die Folge gilt dabei als *beschränkt*, wenn der Betrag jedes Elements der Folge kleiner oder gleich 2 ist, d.h. wenn für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt, dass $|z_n| \leq 2$. In dieser Aufgabe nennen wir eine Zahl $c \in \mathbb{C}$ beschränkt, wenn die zu c gehörige Folge beschränkt ist.

Zum Beispiel ist $0.5 + 0i$ nicht beschränkt, da $|z_5| = |3.1533 + 0i| = 3.1533 > 2$, wobei z_5 wie folgt berechnet werden kann:

$$\begin{aligned}
z_0 &= 0 \\
z_1 &= z_0^2 + c = 0^2 + 0.5 = 0.5 \\
z_2 &= z_1^2 + c = 0.5^2 + 0.5 = 0.75 \\
z_3 &= z_2^2 + c = 0.75^2 + 0.5 = 1.0625 \\
z_4 &= z_3^2 + c = 1.0625^2 + 0.5 = 1.6289 \\
z_5 &= z_4^2 + c = 1.6289^2 + 0.5 = 3.1533
\end{aligned}$$

Ob ein $c \in \mathbb{C}$ beschränkt ist, kann im Allgemeinen nicht in endlicher Zeit berechnet werden: wenn überprüft wurde, dass für die ersten n Zahlen der Folge der Betrag immer $|z_n| \leq 2$ ist, könnte trotzdem $|z_{n+1}| > 2$ sein - unabhängig davon wie groß n gewählt wurde.

Die Beschränktheit kann aber näherungsweise bestimmt werden - ähnlich dem Newton-Verfahren. Hierzu wird eine maximale Zahl m festgelegt und überprüft, ob die ersten m Zahlen der Folge dem Betrage nach ≤ 2 sind. Ist dies der Fall, so wird angenommen, dass dies auch für den Rest der Folge gilt und die Folge daher beschränkt ist. Je größer m gewählt wird, desto höher ist der Rechenaufwand, aber auch die Chance unbeschränkte Folgen als solche zu erkennen.



(a) die beschränkten Zahlen in schwarz

(b) mit Einfärbung der nicht-beschränkten Zahlen

(c) mit Gradienten für die nicht-beschränkten Zahlen

Abbildung 1: Visualisierung der Mandelbrot-Menge

Berechnet man mit diesem Verfahren, welche Zahlen $c = x + yi \in \mathbb{C}$ zur Mandelbrot-Menge gehören und zeichnet diese Punkte (x, y) auf der Ebene als schwarze Punkte ein, so ergibt sich ein Bild wie in Abbildung 1a.

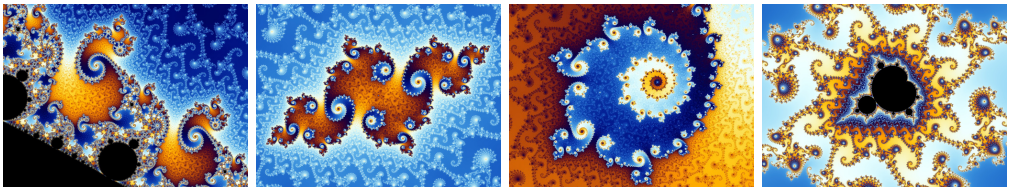
Für die komplexen Zahlen, die nicht beschränkt sind, kann das kleinste n mit $|z_n| > 2$ bestimmt werden. Färbt man die nicht-beschränkten Zahlen so ein, dass die Helligkeit von n abhängt, so ergibt sich ein Bild wie in Abbildung 1b.

Wird nicht die Helligkeit von n abhängig gemacht, sondern je nach n ein anderer Farbton ausgewählt, so ergibt sich ein Bild wie in Abbildung 1c.

Das Tolle an der Mandelbrotmenge ist, dass man an jede Stelle beliebig nahe heranzoomen kann. Insbesondere am Rand der Mandelbrotmenge passieren dabei sehr interessante Dinge: da die Folgen z_n chaotisches Verhalten aufweisen, entstehen dort immer wieder neue unvorhersehbare Muster, wie man z.B. in Abbildung 2 sieht.

Aber ein Video[2] illustriert das viel besser als ein paar einzelne Bilder.

[2] https://www.youtube.com/watch?v=u1pwtSBTnPU



(a) Zoom 1 (b) Zoom 2 (c) Zoom 3 (d) Zoom 4

Abbildung 2: Variationen in der Mandelbrot-Menge

In dieser Aufgabe sollen Sie ein Programm schreiben, welches ein Bild wie in Abbildung 1c erzeugt. Gehen Sie dabei wie folgt vor:

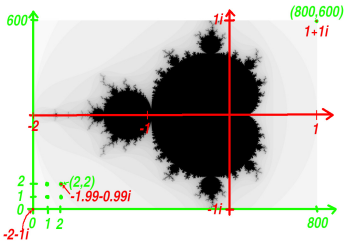
(a) Schreiben Sie eine Funktion `mandelbrot`, die eine komplexe Zahl `c` und eine ganze Zahl `m` als Argumente nimmt und das kleinste $0 \leq n < \texttt{m}$ zurückgibt, sodass $|z_n| \geq 2$ ist. Gibt es so ein n nicht, so soll `m` selbst zurückgegeben werden.

Beispiel aus der Aufgabeneinleitung:

```
>>> mandelbrot(0.5, 50)  # 0.5 ist nicht in der Mandelbrotmenge,
5                        # da 5 < 50.
>>> mandelbrot(0.5, 4)   # 0.5 ist näherungsweise in der
4                        # Mandelbrotmenge, da 4 == 4.
                         # Hier schlägt die Approximation fehl,
                         # da m zu klein gewählt wurde.
```

(b) Digitale Bilder bestehen aus einer Matrix von Farbpunkten - den Pixeln. Wenn wir ein Bild mit Auflösung 800×600 (800 Pixel breit, 600 Pixel hoch) berechnen wollen, so müssen wir für jedes einzelne der 480000 Pixel einen Farbwert berechnen. Jedes Pixel wird durch ein Paar von ganzzahligen Koordinaten (x, y) addressiert, wobei $0 \leq x < 800$ und $0 \leq y < 600$.

Um einen Ausschnitt der Mandelbrot-Menge zu zeichnen, müssen wir zunächst die Pixelkoordinaten auf die entsprechenden komplexen Zahlen des Ausschnittes abbilden. Dann berechnen wir anhand der komplexen Zahl, welche Farbe das Pixel erhalten soll. Um diese Koordinatentransformation zu veranschaulichen, sind in der folgenden Abbildung die Pixelkoordinaten eines Bildes der Größe 800×600 in grün eingezeichnet und die zugehörigen komplexen Zahlen für den Ausschnitt $-2 - i$ bis $1 + i$ in rot:



Schreiben Sie eine Funktion

```
sample(z: complex, w: complex, x: int, y: int, sx: int, sy: int) -> complex
```

die für die Pixel-Koordinaten `(x,y)` eines Bildes der Auflösung `sx`×`sy` die entsprechende komplexe Zahl aus dem Ausschnitt zwischen `z` und `w` zurückgibt.

Beispiele für beliebige Gleitkommazahlen `a`, `b`, `c`, `d`:

```
sample(complex(a,b), complex(c,d), 0,   0,   800, 600) == complex(a,b)  # unten-links
sample(complex(a,b), complex(c,d), 0,   600, 800, 600) == complex(a,d)  # oben-links
sample(complex(a,b), complex(c,d), 800, 0,   800, 600) == complex(c,b)  # unten-rechts
sample(complex(a,b), complex(c,d), 800, 600, 800, 600) == complex(c,d)  # oben-rechts
sample(complex(a,b), complex(c,d), 400, 300, 800, 600) == 0.5 * complex(a,b) +
                                                          0.5 * complex(c,d)  # mittig
```

(c) Installieren Sie die `pillow`-Bibliothek. Diese stellt Funktionalität bereit um Bilder zu erstellen, zu manipulieren und abzuspeichern.

Sie können die Bibliothek installieren, indem Sie auf der Kommandozeile folgenden Befehl ausführen:[3]

```
python3.10 -m pip install pillow
```

Falls `pillow` bereits installiert ist, stellen Sie sicher, dass es in der aktuellsten Version installiert wurde. Der folgende Befehl aktualisiert die Installation falls notwendig automatisch:

```
python3.10 -m pip install -U pillow
```

Testen Sie anschließend, ob die Bibliothek gefunden wird, indem Sie folgenden Code in die Datei `pillow_test.py` schreiben[4] und ausführen:

```
# Die pillow-Bibliothek importiert das PIL-Modul (Python Image Library)
from PIL import Image

# Erstelle ein Bild mit Auflösung 800x600 wobei die einzelnen
# Pixel das HSV-Farbformat verwenden (Hue-Saturation-Value).
size = (800, 600)
img = Image.new('HSV', size)

# Setze die Farbe von jedem Pixel auf rot.
for x in range(size[0]):
    for y in range(size[1]):
        # Bei Interesse siehe HSV-Farbraum auf Wikipedia.
        # Sie müssen für die Aufgabe nicht verstehen, wieso
        # folgendes Tupel der Farbe Rot entspricht.
        red = (255, 255, 255)
        img.putpixel((x,y), red)

# Speichere das Bild als JPEG-Datei im aktuellen Verzeichnis.
# Wir konvertieren das HSV-Farbformat zu RGB (Red-Green-Blue),
# da JPEG kein HSV unterstützt.
img.convert('RGB').save('my_red_image.jpg', quality=95)
```

Es sollte sich nun ein Bild `my_red_image.jpg` der Auflösung 800x600 in dem Ordner befinden wo sie `pillow_test.py` ausgeführt haben.

[3] Windowsanwender: anstelle von `python3.10` versuchen Sie `python`, `py3` oder `py`.

[4] Den Code gibt es auch als Download unter http://proglang.informatik.uni-freiburg.de/teaching/info1/2022/exercise/sheet05/pillow_test.py

(d) Schreiben Sie eine Funktion `render_mandelbrot`, die ein Bild der Mandelbrotmenge generiert. Ruft man die Funktion wie folgt auf, so soll das Bild aus Abbildung 1c erstellt werden:

```
>>> render_mandelbrot(
        -2-1j, 1+1j,   # Intervall auf der komplexen Ebene.
        900, 600,      # Auflösung des zu erzeugenden Bildes.
        50,            # Anzahl maximaler Schleifendurchläufe.
        'output.jpg')  # Dateiname des zu erzeugenden Bildes.
```

Verwenden Sie den Beispielcode aus dem vorherigen Aufgabenteil als Grundgerüst, die `sample`-Funktion, um die Pixelkoordinaten auf die komplexe Ebene zu abzubilden und wenden Sie darauf die `mandelbrot`-Funktion an.

Um den Rückgabewert der `mandelbrot`-Funktion in eine HSV-Farbe umzuwandeln, können Sie folgende Funktion[5] verwenden:

```
def color(i: int, max_i: int) -> tuple[int, int, int]:
    # Farbton in Abhängigkeit der benötigten Schleifendurchläufe.
    hue = int(255 * (i / max_i))

    # Volle Helligkeit 255, außer wenn c Teil der Mandelbrotmenge ist.
    # Dadurch wird das innere schwarz.
    value = 255 if i < max_i else 0

    # Volle Sättigung
    saturation = 255

    return (hue, saturation, value)
```

Aufgabe 5.3 (Erfahrungen; 2 Punkte; Datei: `NOTES.md`)

Notieren Sie Ihre Erfahrungen mit diesem Übungsblatt (benötigter Zeitaufwand, Probleme, Bezug zur Vorlesung, Interessantes, etc.).

Editieren Sie hierzu die Datei `NOTES.md` im Abgabeordner dieses Übungsblattes auf unserer Webplatform. Halten Sie sich an das dort vorgegebene Format, da wir den Zeitbedarf mit einem Python-Skript automatisch statistisch auswerten. Die Zeitangabe `3.5 h` steht dabei für 3 Stunden 30 Minuten.

Bei Gruppenaufgaben müssen alle Gruppenmitglieder die Abgabe hochladen. Ferner müssen Sie die RZ-Accounts aller Gruppenmitglieder angeben, sodass wir Sie bei der Korrektur zuordnen können und unsere Tutoren die Aufgabe nicht mehrfach korrigieren müssen. Fügen Sie hierzu in der `NOTES.md`-Datei unter der Zeile für den Zeitbedarf eine weitere Zeile hinzu die exakt das folgende Format hat:

```
Gruppe: xy123, xy234, xy345
```

[5] Den Code gibt es auch als Download unter http://proglang.informatik.uni-freiburg.de/teaching/info1/2022/exercise/sheet05/color.py

Hierbei stehen `xy123`, `xy234`, und `xy345` für die RZ-Accounts der Gruppenmitglieder. Der Buildserver überprüft ebenfalls, ob Sie das Format korrekt angegeben haben. Prüfen Sie, ob der Buildserver mit Ihrer Abgabe zufrieden ist, so wie es im Video zur Lehrplatform gezeigt wurde.