

Informatik I: Einführung in die Programmierung

17. Funktionale Programmierung

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg



UNI
FREIBURG

Prof. Dr. Peter Thiemann

16.01.2024



Funktionale Programmierung

Funktionale
Programmie-
rung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



- Es gibt verschiedene **Programmierparadigmen** oder **Programmierstile**.
- **Imperative Programmierung** beschreibt, **wie** etwas erreicht werden soll.
- **Deklarative Programmierung** beschreibt, **was** erreicht werden soll.

Funktionale
Programmie-
rung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



Imperative Programmierung

- Zum Programm gehört ein Zustand (aktuelle Werte der Variablen, Laufzeitkeller, etc), der sich während der Ausführung ändert.
- Denkansatz beim Programmieren: Modifikation des Zustands.
- Programm besteht aus **Anweisungen** (Zuweisung, ...).

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



Imperative Programmierung

- Zum Programm gehört ein Zustand (aktuelle Werte der Variablen, Laufzeitkeller, etc), der sich während der Ausführung ändert.
- Denkansatz beim Programmieren: Modifikation des Zustands.
- Programm besteht aus **Anweisungen** (Zuweisung, ...).

Organisation von imperativen Programmen

- **Prozedural**: Die Aufgabe wird in kleinere Teile – Prozeduren – zerlegt, die auf den Daten arbeiten. (Sprachen: Pascal, C, ...)
- **Objekt-orientiert**: Die Aufgabe wird in Klassen zerlegt, die lokal Daten und die Methoden darauf enthalten. (Sprachen: Smalltalk, Eiffel, Java, ...)

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen



Deklarative Programmierung

- Keine explizite Bearbeitung eines Berechnungszustands.
- **Logische** Programmierung (LP) beschreibt die Aufgabe durch logische Formeln: Prolog, constraint programming, ASP.
- **Funktionale** Programmierung (FP) beschreibt die Aufgabe durch mathematische Funktionen: Haskell, OCaml, Racket, Clojure, Lisp
- Abfragesprachen wie SQL oder XQuery sind ebenfalls deklarativ und bauen auf der Relationenalgebra bzw. der XML-Algebra auf.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen



- Es gibt **Funktionen höherer Ordnung**, d.h. Funktionen, deren Argumente und/oder Ergebnisse selbst wieder Funktionen sind.

Funktionale
Programmie-
rung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen

Eigenschaften funktionaler Programmierung



- Es gibt **Funktionen höherer Ordnung**, d.h. Funktionen, deren Argumente und/oder Ergebnisse selbst wieder Funktionen sind.
- **Keine Schleifen**, sondern nur Rekursion.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen

Eigenschaften funktionaler Programmierung



- Es gibt **Funktionen höherer Ordnung**, d.h. Funktionen, deren Argumente und/oder Ergebnisse selbst wieder Funktionen sind.
- **Keine Schleifen**, sondern nur Rekursion.
- **Keine Anweisungen**, sondern nur Ausdrücke.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



- Es gibt **Funktionen höherer Ordnung**, d.h. Funktionen, deren Argumente und/oder Ergebnisse selbst wieder Funktionen sind.
- **Keine Schleifen**, sondern nur Rekursion.
- **Keine Anweisungen**, sondern nur Ausdrücke.
 - Auch Funktionen sind als Ausdrücke definierbar.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



- Es gibt **Funktionen höherer Ordnung**, d.h. Funktionen, deren Argumente und/oder Ergebnisse selbst wieder Funktionen sind.
- **Keine Schleifen**, sondern nur Rekursion.
- **Keine Anweisungen**, sondern nur Ausdrücke.
 - Auch Funktionen sind als Ausdrücke definierbar.
- In **rein** funktionalen Sprachen: **keine Zuweisungen** und keine Seiteneffekte.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



- Es gibt **Funktionen höherer Ordnung**, d.h. Funktionen, deren Argumente und/oder Ergebnisse selbst wieder Funktionen sind.
- **Keine Schleifen**, sondern nur Rekursion.
- **Keine Anweisungen**, sondern nur Ausdrücke.
 - Auch Funktionen sind als Ausdrücke definierbar.
- In **rein** funktionalen Sprachen: **keine Zuweisungen** und keine Seiteneffekte.
 - ⇒ Eine Variable erhält zu Beginn ihren Wert, der sich nicht mehr ändert.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



- Es gibt **Funktionen höherer Ordnung**, d.h. Funktionen, deren Argumente und/oder Ergebnisse selbst wieder Funktionen sind.
- **Keine Schleifen**, sondern nur Rekursion.
- **Keine Anweisungen**, sondern nur Ausdrücke.
 - Auch Funktionen sind als Ausdrücke definierbar.
- In **rein** funktionalen Sprachen: **keine Zuweisungen** und keine Seiteneffekte.
 - ⇒ Eine Variable erhält zu Beginn ihren Wert, der sich nicht mehr ändert.
 - ⇒ Alle Datenstrukturen sind unveränderlich.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen



- Es gibt **Funktionen höherer Ordnung**, d.h. Funktionen, deren Argumente und/oder Ergebnisse selbst wieder Funktionen sind.
- **Keine Schleifen**, sondern nur Rekursion.
- **Keine Anweisungen**, sondern nur Ausdrücke.
 - Auch Funktionen sind als Ausdrücke definierbar.
- In **rein** funktionalen Sprachen: **keine Zuweisungen** und keine Seiteneffekte.
 - ⇒ Eine Variable erhält zu Beginn ihren Wert, der sich nicht mehr ändert.
 - ⇒ Alle Datenstrukturen sind unveränderlich.
 - ⇒ **Referentielle Transparenz**: Eine Funktion liefert bei gleichen Argumenten immer das gleiche Ergebnis.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen



- Es gibt **Funktionen höherer Ordnung**, d.h. Funktionen, deren Argumente und/oder Ergebnisse selbst wieder Funktionen sind.
- **Keine Schleifen**, sondern nur Rekursion.
- **Keine Anweisungen**, sondern nur Ausdrücke.
 - Auch Funktionen sind als Ausdrücke definierbar.
- In **rein** funktionalen Sprachen: **keine Zuweisungen** und keine Seiteneffekte.
 - ⇒ Eine Variable erhält zu Beginn ihren Wert, der sich nicht mehr ändert.
 - ⇒ Alle Datenstrukturen sind unveränderlich.
 - ⇒ **Referentielle Transparenz**: Eine Funktion liefert bei gleichen Argumenten immer das gleiche Ergebnis.
- Die meisten funktionalen Sprachen besitzen ein **starkes statisches Typsystem**, sodass zur Laufzeit kein `TypeError` auftreten kann.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



Stark vs. schwach

- In einem **starken** Typsystem besitzt jeder Wert einen unveränderlichen Typ.
- In einem **schwachen** Typsystem kann ein Wert je nach Kontext unterschiedliche Typen annehmen.

Statisch vs. dynamisch

- In einem **statischen** Typsystem wird vor Ausführung eines Programms eine Typüberprüfung durchgeführt. Das Programm kommt nur zur Ausführung, wenn diese Prüfung erfolgreich ist.
- In einem **dynamischen** Typsystem erfolgt die Typüberprüfung zur Laufzeit, vor Ausführung jeder Operation.
 - Flexibler als statische Typüberprüfung, aber meist weniger effizient!

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen



FP in Python

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



- Funktionen werden durch Objekte repräsentiert.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



- Funktionen werden durch Objekte repräsentiert.
- **Funktionen höherer Ordnung** werden voll unterstützt.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



- Funktionen werden durch Objekte repräsentiert.
- **Funktionen höherer Ordnung** werden voll unterstützt.
- Python besitzt ein starkes **dynamisches Typsystem**.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



- **Referentielle Transparenz** kann in Python verletzt werden.
Abhilfe: lokale Variablen nur einmal zuweisen, keine globalen Variablen nutzen, keine Mutables ändern.
Die meisten Beispiele sind “mostly functional” in diesem Sinn.
Vereinfacht Überlegungen zum aktuellen Zustand der Berechnung.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



- **Referentielle Transparenz** kann in Python verletzt werden.
Abhilfe: lokale Variablen nur einmal zuweisen, keine globalen Variablen nutzen, keine Mutables ändern.
Die meisten Beispiele sind “mostly functional” in diesem Sinn.
Vereinfacht Überlegungen zum aktuellen Zustand der Berechnung.
- **Rekursion.**
Python limitiert die Rekursionstiefe, während funktionale Sprachen beliebige Rekursion erlauben und Endrekursion automatisch in Schleifen umwandeln.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen



- **Referentielle Transparenz** kann in Python verletzt werden.
Abhilfe: lokale Variablen nur einmal zuweisen, keine globalen Variablen nutzen, keine Mutables ändern.
Die meisten Beispiele sind “mostly functional” in diesem Sinn.
Vereinfacht Überlegungen zum aktuellen Zustand der Berechnung.
- **Rekursion.**
Python limitiert die Rekursionstiefe, während funktionale Sprachen beliebige Rekursion erlauben und Endrekursion automatisch in Schleifen umwandeln.
- **Ausdrücke.**
Python erlaubt bei `lambda`-Funktionen nur einen Ausdruck statt eines Blocks von Anweisungen.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



Funktionen definieren und verwenden

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



- Eine Funktion ist ein Python-Objekt.

```
>>> def simple() -> None:
...     print('invoked')
...
>>> simple    # keine Klammern -> Funktionsobjekt
<function simple at 0x109d71300>
>>> simple() # mit Klammern -> Funktionsaufruf
invoked
```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen



- Eine Funktion ist ein Python-Objekt.

```
>>> def simple() -> None:
...     print('invoked')
...
>>> simple    # keine Klammern -> Funktionsobjekt
<function simple at 0x109d713a0>
>>> simple() # mit Klammern -> Funktionsaufruf
invoked
```

- Es kann **zugewiesen** werden, als **Argument** übergeben werden und als **Funktionsresultat** zurückgegeben werden.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen



- Eine Funktion ist ein Python-Objekt.

```
>>> def simple() -> None:
...     print('invoked')
...
>>> simple    # keine Klammern -> Funktionsobjekt
<function simple at 0x109d711c0>
>>> simple() # mit Klammern -> Funktionsaufruf
invoked
```

- Es kann **zugewiesen** werden, als **Argument** übergeben werden und als **Funktionsresultat** zurückgegeben werden.
- Und es ist **aufrufbar** vom Typ Callable...

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen



```
>>> from typing import Callable
>>> spam = simple; print(spam)
<function simple at 0x109d711c0>
>>> def call_twice(fun : Callable[[],None]) -> None:
...     fun(); fun()
...
>>> call_twice(spam) # keine Klammern hinter spam
invoked
invoked
>>> def gen_fun() -> Callable[[], None]:
...     return spam
...
>>> gen_fun()
<function simple at 0x109d711c0>
>>> gen_fun()()
invoked
```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen



Lambda-Notation

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

**Lambda-
Notation**

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



- Der `lambda`-Operator definiert eine **namenlose** Funktion, deren Rumpf durch einen Ausdruck gegeben ist.

```
>>> lambda x, y: x * y # multipliziere 2 Zahlen
<function <lambda> at 0x109d713a0>
>>> (lambda x, y: x * y)(3, 8)
24
>>> mul = lambda x, y: x * y
```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



- Der Typ von `mul` kann nicht wie bei einer Funktionsdefinition geschrieben werden. Stattdessen verwende `typing.Callable`:

```
>>> from typing import Callable
>>> mul: Callable[[int, int], int] = lambda x, y: x * y
```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



- Der Typ von `mul` kann nicht wie bei einer Funktionsdefinition geschrieben werden. Stattdessen verwende `typing.Callable`:

```
>>> from typing import Callable
>>> mul: Callable[[int, int], int] = lambda x, y: x * y
```

- Der allgemeine Typ einer Funktion ist `Callable[ArgTypes, RetType]` mit

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



- Der Typ von `mul` kann nicht wie bei einer Funktionsdefinition geschrieben werden. Stattdessen verwende `typing.Callable`:

```
>>> from typing import Callable
>>> mul: Callable[[int, int], int] = lambda x, y: x * y
```

- Der allgemeine Typ einer Funktion ist `Callable[ArgTypes, RetType]` mit
 - *ArgTypes* ist die Liste der Typen der Parameter,

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



- Der Typ von `mul` kann nicht wie bei einer Funktionsdefinition geschrieben werden. Stattdessen verwende `typing.Callable`:

```
>>> from typing import Callable
>>> mul: Callable[[int, int], int] = lambda x, y: x * y
```

- Der allgemeine Typ einer Funktion ist `Callable[ArgTypes, RetType]` mit
 - *ArgTypes* ist die Liste der Typen der Parameter,
 - *RetType* ist der Typ des Rückgabewerts.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



- Der Typ von `mul` kann nicht wie bei einer Funktionsdefinition geschrieben werden. Stattdessen verwende `typing.Callable`:

```
>>> from typing import Callable
>>> mul: Callable[[int, int], int] = lambda x, y: x * y
```

- Der allgemeine Typ einer Funktion ist `Callable[ArgTypes, RetType]` mit
 - *ArgTypes* ist die Liste der Typen der Parameter,
 - *RetType* ist der Typ des Rückgabewerts.
- Wird auch für Funktionsparameter verwendet, die selbst Funktionen sind.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehensionen

Verwendung von Lambda-Funktionen (1)



```
>>> def mul2(x: int, y: int) -> int:
...     return x * y
...
>>> mul(4, 5) == mul2(4, 5)
True
```

- mul2 ist äquivalent zu mul!

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen

Verwendung von Lambda-Funktionen (1)



```
>>> def mul2(x: int, y: int) -> int:
...     return x * y
...
>>> mul(4, 5) == mul2(4, 5)
True
```

- mul2 ist äquivalent zu mul!
- Lambda-Funktionen werden hauptsächlich als Argumente für Funktionen (höherer Ordnung) benutzt.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen

Verwendung von Lambda-Funktionen (1)



```
>>> def mul2(x: int, y: int) -> int:
...     return x * y
...
>>> mul(4, 5) == mul2(4, 5)
True
```

- `mul2` ist äquivalent zu `mul`!
- Lambda-Funktionen werden hauptsächlich als Argumente für Funktionen (höherer Ordnung) benutzt.
- Solche Funktionen werden oft nur einmal verwendet und sind kurz, sodass sich die Vergabe eines Namens nicht lohnt.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehensionen



- Funktionen können Funktionen zurückgeben. Auch das Ergebnis einer Funktion kann durch einen Lambda-Ausdruck definiert werden.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

**Lambda-
Notation**

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



- Funktionen können Funktionen zurückgeben. Auch das Ergebnis einer Funktion kann durch einen Lambda-Ausdruck definiert werden.
- Beispiel: Eine Funktion, die einen Addierer erzeugt, der immer eine vorgegebene Konstante addiert:

```
>>> def gen_adder(c : int) -> Callable[[int], int]:  
...     return lambda x: x + c  
...  
>>> add5: Callable[[int], int] = gen_adder(5)  
>>> add5(15)  
20
```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen



Nützliche Funktionen höherer Ordnung: `map`, `filter` und `reduce`

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen

map: Anwendung einer Funktion auf Iterierbares



- `map` hat zwei Argumente: eine Funktion und ein iterierbares Objekt.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen

map: Anwendung einer Funktion auf Iterierbares



- `map` hat zwei Argumente: eine Funktion und ein iterierbares Objekt.
- `map` wendet die Funktion auf jedes Element der Eingabe an und liefert die Funktionswerte als Iterator ab.

```
>>> list(map(lambda x: x**2, range(10)))  
[0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81]
```

map: Anwendung einer Funktion auf Iterierbares



- `map` hat zwei Argumente: eine Funktion und ein iterierbares Objekt.
- `map` wendet die Funktion auf jedes Element der Eingabe an und liefert die Funktionswerte als Iterator ab.

```
>>> list(map(lambda x: x**2, range(10)))  
[0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81]
```

- Eine getypte Definition für `map`:

```
def map[A, B](f : Callable[[A], B], xs : Iterable[A]) -> Iterator[B]:  
    for x in xs:  
        yield f (x)
```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen



- Wir wollen eine Liste `c_list` von Temperaturen von Celsius nach Fahrenheit konvertieren. Nach dem Muster zur Verarbeitung von Sequenzen:

`ctof.py`

```
def ctof(temp : float) -> float:
    return ((9 / 5) * temp + 32)
def list_ctof(cl : list[float]) -> list[float]:
    result = []
    for c in cl:
        result += [ctof(c)]
    return result
c_list = [16, 3, -2, -1, 2, 4]
f_list = list_ctof(c_list)
```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



- Mit map wesentlich knapper:

```
f_list = list(map(lambda c: 1.8 * c + 32, c_list))
```

- In diesem Fall: besser die benannte Funktion `ctof` verwenden (bessere Dokumentation, was die Funktion bedeuten soll).



- Die eingebaute `map`-Funktion kann auch mit einer k -stelligen Funktion und k weiteren iterierbaren Eingaben aufgerufen werden ($k > 0$).

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



- Die eingebaute `map`-Funktion kann auch mit einer k -stelligen Funktion und k weiteren iterierbaren Eingaben aufgerufen werden ($k > 0$).
- Für jeden Funktionsaufruf wird ein Argument von jeder der k Eingaben angefordert. Stop, falls eine der Eingaben keinen Wert mehr liefert.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



- Die eingebaute `map`-Funktion kann auch mit einer k -stelligen Funktion und k weiteren iterierbaren Eingaben aufgerufen werden ($k > 0$).
- Für jeden Funktionsaufruf wird ein Argument von jeder der k Eingaben angefordert. Stop, falls eine der Eingaben keinen Wert mehr liefert.
- Ein Beispiel (vgl. `convolute0`)

```
def convolute_0(  
    xs : list[float], ys : list[float]  
    ) -> float:  
    return sum(map(lambda x, y: x*y,  
                  xs,  
                  reversed(ys)))
```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



- Der Typ der eingebauten `map` Funktion kann mit den bisherigen Typannotationen nicht hingeschrieben werden.
- Wir brauchen eine unbekanntes Anzahl von Typvariablen, die sich nach der Zahl der Argumente richtet.

```
def map[*As, B](f : Callable[[*As], B], *xs : Iterable[*As])  
    -> Iterator[B]:
```

...

- Dabei ist `*As` eine **Tupeltypvariable**, die für ein Tupel von Typen steht. Sie kann nur zusammen mit Tupelunpacking (wie im Beispiel) verwendet werden.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



- Ein einfaches zip mit `map` programmiert:

```
>>> list(map(lambda x, y: (x, y),  
...         range(5), range(0, 50, 10)))  
[(0, 0), (1, 10), (2, 20), (3, 30), (4, 40)]
```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



- Ein einfaches zip mit map programmiert:

```
>>> list(map(lambda x, y: (x, y),  
...         range(5), range(0, 50, 10)))  
[(0, 0), (1, 10), (2, 20), (3, 30), (4, 40)]
```

- Das originale zip funktioniert auch mit > 2 Argumenten...

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen



- Ein einfaches zip mit map programmiert:

```
>>> list(map(lambda x, y: (x, y),
...         range(5), range(0, 50, 10)))
[(0, 0), (1, 10), (2, 20), (3, 30), (4, 40)]
```

- Das originale zip funktioniert auch mit > 2 Argumenten...
- Volle Funktionalität von zip selbst gemacht:

```
def myzip[*As](*args : Iterable[*As]) -> Iterator[tuple[*As]]:
    return map(lambda *args: args, *args)
```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

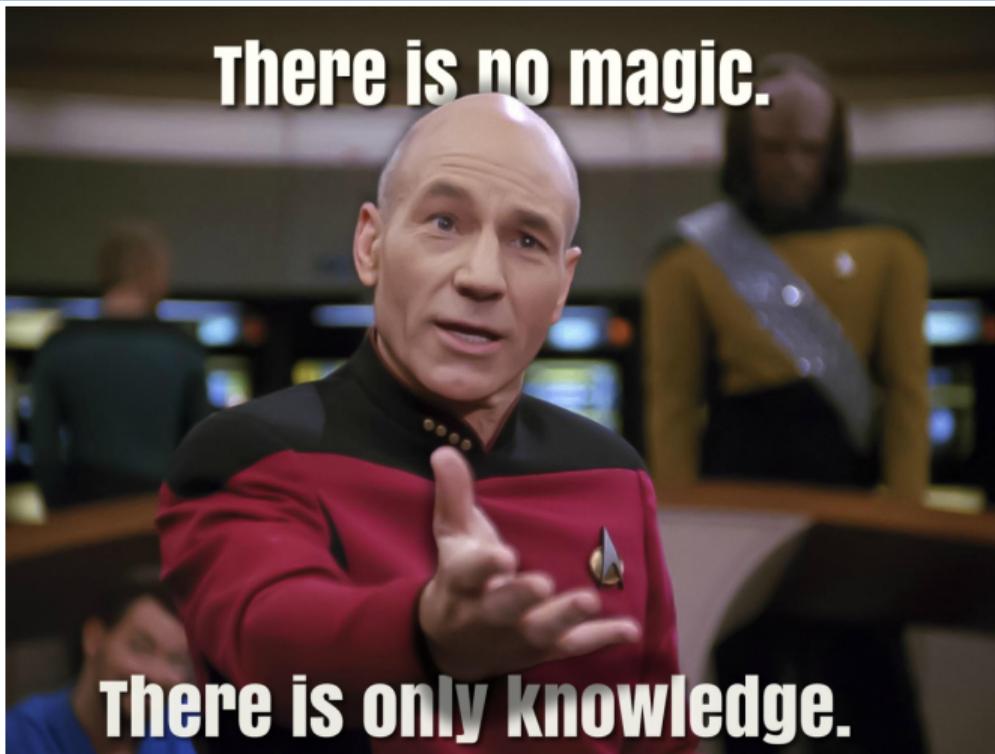
map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen

*arg?



UNI
FREIBURG



Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



- Eine Funktion kann eine variable Zahl von Argumenten akzeptieren.

- Schreibweise dafür

```
def func(a1, a2, a3, *args):  
    for a in args:  
        pass # process arguments 4, 5, ...  
    goo(a1, *args)
```

- func muss mit **mindestens drei** Argumenten aufgerufen werden.
- Weitere Argumente werden als **Tupel** zusammengefasst der Variablen args zugewiesen.
- Der *-Operator kann auch in einer Liste von Ausdrücken auf ein iterierbares Argument angewendet werden.
- Er fügt die Elemente aus dem Iterator der Liste hinzu.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen

filter: Filtert unpassende Objekte aus



- `filter` erwartet als Argumente eine Funktion mit einem Parameter und ein iterierbares Objekt.

filter: Filtert unpassende Objekte aus



- `filter` erwartet als Argumente eine Funktion mit einem Parameter und ein iterierbares Objekt.
- Es liefert einen Iterator zurück, der die Objekte aufzählt, bei denen die Funktion nicht `False` (oder äquivalente Werte) zurück gibt.

```
>>> list(filter(lambda x: x > 0, [0, 3, -7, 9, 2]))  
[3, 9, 2]
```

filter: Filtert unpassende Objekte aus



- `filter` erwartet als Argumente eine Funktion mit einem Parameter und ein iterierbares Objekt.
- Es liefert einen Iterator zurück, der die Objekte aufzählt, bei denen die Funktion nicht `False` (oder äquivalente Werte) zurück gibt.

```
>>> list(filter(lambda x: x > 0, [0, 3, -7, 9, 2]))  
[3, 9, 2]
```

- Eine Definition dazu

```
def filter[A](p : Callable[[A], bool], xs: Iterable[A]) -> Iterator[A]:  
    for x in xs:  
        if p(x):  
            yield x
```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehensionen



- `from functools import partial`
- `partial(f, *args, **kwargs)` nimmt eine Funktion f , Argumente für f und Keywordargumente für f
- Ergebnis: Funktion, die die verbleibenden Argumente und Keywordargumente für f nimmt und dann f mit sämtlichen Argumenten aufruft.

Beispiel

- `int` besitzt einen Keywordparameter `base=`, mit dem die Basis der Zahlendarstellung festgelegt wird.
- `int("10011", base=2)` liefert 19
- Definiere `int2 = partial(int, base=2)`
- `assert int2("10011") == 19`

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen

reduce: Reduktion eines iterierbaren Objekts auf ein Element



```
>>> from functools import reduce
```

- `reduce` wendet eine Funktion \oplus mit zwei Argumenten auf ein iterierbares Objekt und einen Startwert an.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen

reduce: Reduktion eines iterierbaren Objekts auf ein Element



```
>>> from functools import reduce
```

- `reduce` wendet eine Funktion \oplus mit zwei Argumenten auf ein iterierbares Objekt und einen Startwert an.
- Der Startwert fungiert als **akkumulierender Parameter**:

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen

reduce: Reduktion eines iterierbaren Objekts auf ein Element



```
>>> from functools import reduce
```

- `reduce` wendet eine Funktion \oplus mit zwei Argumenten auf ein iterierbares Objekt und einen Startwert an.
- Der Startwert fungiert als **akkumulierender Parameter**:
 - Bei jedem Iterationsschritt wird der Akkumulator ersetzt durch (alter Akkumulator \oplus nächster Iterationswert).

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen

reduce: Reduktion eines iterierbaren Objekts auf ein Element



```
>>> from functools import reduce
```

- `reduce` wendet eine Funktion \oplus mit zwei Argumenten auf ein iterierbares Objekt und einen Startwert an.
- Der Startwert fungiert als **akkumulierender Parameter**:
 - Bei jedem Iterationsschritt wird der Akkumulator ersetzt durch (alter Akkumulator \oplus nächster Iterationswert).
 - Der finale Wert des Akkumulators ist das Ergebnis.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen

reduce: Reduktion eines iterierbaren Objekts auf ein Element



```
>>> from functools import reduce
```

- reduce wendet eine Funktion \oplus mit zwei Argumenten auf ein iterierbares Objekt und einen Startwert an.
- Der Startwert fungiert als **akkumulierender Parameter**:
 - Bei jedem Iterationsschritt wird der Akkumulator ersetzt durch (alter Akkumulator \oplus nächster Iterationswert).
 - Der finale Wert des Akkumulators ist das Ergebnis.
- Falls kein Startwert angegeben, verwende das erste Element der Iteration.

```
>>> from typing import Iterable
>>> reduce(lambda x, y: x * y, range(1, 5))
24
>>> def product(it: Iterable[float]) -> float:
...     return reduce (lambda x,y: x*y, it, 1)
... 
```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen

Anwendung von reduce (1)



```
>>> def to_dict(d: dict[int,int], key:int) -> dict[int,int]:  
...     d[key] = key**2  
...     return d  
...  
>>> reduce (to_dict, range(5), {})  
{0: 0, 1: 1, 2: 4, 3: 9, 4: 16}
```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen

Anwendung von reduce (2)



- Was genau wird da schrittweise **reduziert**?

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

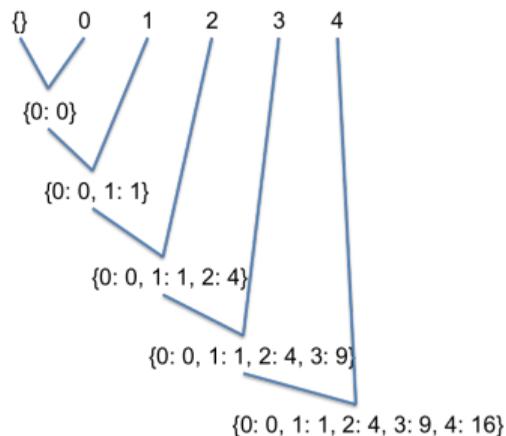
Lambda-
Notation

**map, filter
und reduce**

Komprehen-
sionen



- Was genau wird da schrittweise **reduziert**?



Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

**map, filter
und reduce**

Komprehen-
sionen

Einschub: Der echte Reduktionsoperator ist parallel!



- Python's `reduce` ist ein sogenannter **Fold Operator**.

[https://en.wikipedia.org/wiki/Fold_\(higher-order_function\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Fold_(higher-order_function))

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen

Einschub: Der echte Reduktionsoperator ist parallel!



- Python's `reduce` ist ein sogenannter **Fold Operator**.
[https://en.wikipedia.org/wiki/Fold_\(higher-order_function\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Fold_(higher-order_function))
- Das echte `reduce($\oplus, [x_0, \dots, x_{m-1}]$)` rechnet **parallel** und zwar so:

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen

Einschub: Der echte Reduktionsoperator ist parallel!



- Python's `reduce` ist ein sogenannter **Fold Operator**.
[https://en.wikipedia.org/wiki/Fold_\(higher-order_function\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Fold_(higher-order_function))
- Das echte `reduce($\oplus, [x_0, \dots, x_{m-1}]$)` rechnet **parallel** und zwar so:
 - Arbeitet auf einem Array mit $m = 2^n$ Elementen.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen

Einschub: Der echte Reduktionsoperator ist parallel!



- Python's `reduce` ist ein sogenannter **Fold Operator**.
[https://en.wikipedia.org/wiki/Fold_\(higher-order_function\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Fold_(higher-order_function))
- Das echte `reduce($\oplus, [x_0, \dots, x_{m-1}]$)` rechnet **parallel** und zwar so:
 - Arbeitet auf einem Array mit $m = 2^n$ Elementen.
 - Parameter ist **assoziative Funktion** \oplus .

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen

Einschub: Der echte Reduktionsoperator ist parallel!



- Python's `reduce` ist ein sogenannter **Fold Operator**.
[https://en.wikipedia.org/wiki/Fold_\(higher-order_function\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Fold_(higher-order_function))
- Das echte `reduce($\oplus, [x_0, \dots, x_{m-1}]$)` rechnet **parallel** und zwar so:
 - Arbeitet auf einem Array mit $m = 2^n$ Elementen.
 - Parameter ist **assoziative Funktion** \oplus .
 - Berechnet $r = ((x_0 \oplus x_1) \oplus x_2) \cdots \oplus x_{m-1}$.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen

Einschub: Der echte Reduktionsoperator ist parallel!



- Python's `reduce` ist ein sogenannter **Fold Operator**.
[https://en.wikipedia.org/wiki/Fold_\(higher-order_function\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Fold_(higher-order_function))
- Das echte `reduce($\oplus, [x_0, \dots, x_{m-1}]$)` rechnet **parallel** und zwar so:
 - Arbeitet auf einem Array mit $m = 2^n$ Elementen.
 - Parameter ist **assoziative Funktion** \oplus .
 - Berechnet $r = ((x_0 \oplus x_1) \oplus x_2) \cdots \oplus x_{m-1}$.
- Anstatt r mit \oplus -Operationen in $m - 1$ Schritten zu berechnen ...

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen

Einschub: Der echte Reduktionsoperator ist parallel (2)



- Berechne $r = ((x_0 \oplus x_1) \oplus x_2) \cdots \oplus x_{m-1}$ ($m - 1$ Operationen \oplus).

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen

Einschub: Der echte Reduktionsoperator ist parallel (2)



- Berechne $r = ((x_0 \oplus x_1) \oplus x_2) \cdots \oplus x_{m-1}$ ($m - 1$ Operationen \oplus).
- Beginne mit $x_0, x_2, \dots, x_{m-2} \leftarrow (x_0 \oplus x_1), (x_2 \oplus x_3), \dots, (x_{m-2} \oplus x_{m-1})$.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen

Einschub: Der echte Reduktionsoperator ist parallel (2)



- Berechne $r = ((x_0 \oplus x_1) \oplus x_2) \cdots \oplus x_{m-1}$ ($m - 1$ Operationen \oplus).
- Beginne mit $x_0, x_2, \dots, x_{m-2} \leftarrow (x_0 \oplus x_1), (x_2 \oplus x_3), \dots, (x_{m-2} \oplus x_{m-1})$.
- D.h. $m/2$ Operationen parallel in einem Schritt!

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen

Einschub: Der echte Reduktionsoperator ist parallel (2)



- Berechne $r = ((x_0 \oplus x_1) \oplus x_2) \cdots \oplus x_{m-1}$ ($m - 1$ Operationen \oplus).
- Beginne mit $x_0, x_2, \dots, x_{m-2} \leftarrow (x_0 \oplus x_1), (x_2 \oplus x_3), \dots, (x_{m-2} \oplus x_{m-1})$.
- D.h. $m/2$ Operationen parallel in einem Schritt!
- Dann: $x_0, x_4, \dots, x_{m-4} \leftarrow (x_0 \oplus x_2), (x_4 \oplus x_6), \dots, (x_{m-4} \oplus x_{m-2})$.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen

Einschub: Der echte Reduktionsoperator ist parallel (2)



- Berechne $r = ((x_0 \oplus x_1) \oplus x_2) \cdots \oplus x_{m-1}$ ($m - 1$ Operationen \oplus).
- Beginne mit $x_0, x_2, \dots, x_{m-2} \leftarrow (x_0 \oplus x_1), (x_2 \oplus x_3), \dots, (x_{m-2} \oplus x_{m-1})$.
- D.h. $m/2$ Operationen parallel in einem Schritt!
- Dann: $x_0, x_4, \dots, x_{m-4} \leftarrow (x_0 \oplus x_2), (x_4 \oplus x_6), \dots, (x_{m-4} \oplus x_{m-2})$.
- Jetzt $m/4$ Operationen parallel in einem Schritt!

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen

Einschub: Der echte Reduktionsoperator ist parallel (2)



- Berechne $r = ((x_0 \oplus x_1) \oplus x_2) \cdots \oplus x_{m-1}$ ($m - 1$ Operationen \oplus).
- Beginne mit $x_0, x_2, \dots, x_{m-2} \leftarrow (x_0 \oplus x_1), (x_2 \oplus x_3), \dots, (x_{m-2} \oplus x_{m-1})$.
- D.h. $m/2$ Operationen parallel in einem Schritt!
- Dann: $x_0, x_4, \dots, x_{m-4} \leftarrow (x_0 \oplus x_2), (x_4 \oplus x_6), \dots, (x_{m-4} \oplus x_{m-2})$.
- Jetzt $m/4$ Operationen parallel in einem Schritt!
- Dann weiter so bis zum Ergebnis $x_0 \leftarrow (x_0 \oplus x_{m/2})$.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen

Einschub: Der echte Reduktionsoperator ist parallel (2)



- Berechne $r = ((x_0 \oplus x_1) \oplus x_2) \cdots \oplus x_{m-1}$ ($m - 1$ Operationen \oplus).
- Beginne mit $x_0, x_2, \dots, x_{m-2} \leftarrow (x_0 \oplus x_1), (x_2 \oplus x_3), \dots, (x_{m-2} \oplus x_{m-1})$.
- D.h. $m/2$ Operationen parallel in einem Schritt!
- Dann: $x_0, x_4, \dots, x_{m-4} \leftarrow (x_0 \oplus x_2), (x_4 \oplus x_6), \dots, (x_{m-4} \oplus x_{m-2})$.
- Jetzt $m/4$ Operationen parallel in einem Schritt!
- Dann weiter so bis zum Ergebnis $x_0 \leftarrow (x_0 \oplus x_{m/2})$.
- ... in $n = \log_2 m$ Schritten

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen

Einschub: Der echte Reduktionsoperator ist parallel (2)



- Berechne $r = ((x_0 \oplus x_1) \oplus x_2) \cdots \oplus x_{m-1}$ ($m - 1$ Operationen \oplus).
- Beginne mit $x_0, x_2, \dots, x_{m-2} \leftarrow (x_0 \oplus x_1), (x_2 \oplus x_3), \dots, (x_{m-2} \oplus x_{m-1})$.
- D.h. $m/2$ Operationen parallel in einem Schritt!
- Dann: $x_0, x_4, \dots, x_{m-4} \leftarrow (x_0 \oplus x_2), (x_4 \oplus x_6), \dots, (x_{m-4} \oplus x_{m-2})$.
- Jetzt $m/4$ Operationen parallel in einem Schritt!
- Dann weiter so bis zum Ergebnis $x_0 \leftarrow (x_0 \oplus x_{m/2})$.
- ... in $n = \log_2 m$ Schritten
- Falls m keine Zweierpotenz, werden fehlende Argumente durch die (Rechts-) Einheit von \oplus ersetzt.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehensionen



Komprehensionen

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

**Komprehen-
sionen**



- *Komprehensionen* können Listen **deklarativ** und kompakt beschreiben.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

**Komprehen-
sionen**



- *Komprehensionen* können Listen **deklarativ** und kompakt beschreiben.
- Inspiriert von der mathematischen Mengenschreibweise: $\{x \in U \mid \phi(x)\}$ (alle x aus U , die die Bedingung ϕ erfüllen). Beispiel:

```
>>> [str(x) for x in range(10) if x % 2 == 0]  
['0', '2', '4', '6', '8']
```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen



- **Komprehensionen** können Listen **deklarativ** und kompakt beschreiben.
- Inspiriert von der mathematischen Mengenschreibweise: $\{x \in U \mid \phi(x)\}$ (alle x aus U , die die Bedingung ϕ erfüllen). Beispiel:

```
>>> [str(x) for x in range(10) if x % 2 == 0]
['0', '2', '4', '6', '8']
```

- **Bedeutung:** Erstelle eine Liste aus allen $\text{str}(x)$, wobei x über das iterierbare Objekt $\text{range}(10)$ läuft und nur die geraden Zahlen berücksichtigt werden.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehensionen

Allgemeine Syntax von Listen-Komprehensionen



```
[ expr for pat1 in seq1 if cond1  
  for pat2 in seq2 if cond2  
  ...  
  for patn in seqn if condn ]
```

- Die *if*-Klauseln mit den booleschen Ausdrücken *cond1*, ... sind optional.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, *filter*
und *reduce*

Komprehen-
sionen

Allgemeine Syntax von Listen-Komprehensionen



```
[ expr for pat1 in seq1 if cond1
  for pat2 in seq2 if cond2
  ...
  for patn in seqn if condn ]
```

- Die *if*-Klauseln mit den booleschen Ausdrücken *cond1*, ... sind optional.
- Ist *expr* ein Tupel, muss es in Klammern stehen!

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, *filter*
und *reduce*

Komprehen-
sionen

Allgemeine Syntax von Listen-Komprehensionen



```
[ expr for pat1 in seq1 if cond1  
  for pat2 in seq2 if cond2  
  ...  
  for patn in seqn if condn ]
```

- Die *if*-Klauseln mit den booleschen Ausdrücken *cond1*, ... sind optional.
- Ist *expr* ein Tupel, muss es in Klammern stehen!
- Kurzschreibweise für Kombination aus *map* und *filter*.

```
>>> [str(x) for x in range(10) if x % 2 == 0]  
['0', '2', '4', '6', '8']  
>>> list(map(lambda y: str(y), filter(lambda x: x%2 == 0, range(10))))  
['0', '2', '4', '6', '8']
```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, *filter*
und *reduce*

Komprehen-
sionen



■ Betrachte

```
[ expr for pat in seq if cond ]
```

mit $pat ::= x_1, x_2, \dots, x_n$ für $n > 0$

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen



■ Betrachte

```
[ expr for pat in seq if cond ]
```

mit $pat ::= x_1, x_2, \dots, x_n$ für $n > 0$

■ Entspricht

```
list (map (lambda pat: expr, filter (lambda pat: cond, seq)))
```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen

Zusammenhang Komprehensionen vs map und filter



■ Betrachte

```
[ expr for pat in seq if cond ]
```

mit $pat ::= x_1, x_2, \dots, x_n$ für $n > 0$

■ Entspricht

```
list (map (lambda pat: expr, filter (lambda pat: cond, seq)))
```

■ Falls if *cond* fehlt, kann das Filter weggelassen werden:

```
list (map (lambda pat: expr, seq))
```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen

Geschachtelte Listen-Komprehensionen (1)



- Konstruiere die Matrix `[[0,1,2,3],[0,1,2,3],[0,1,2,3]]`:

```
>>> matrix: list[list[int]] = []
>>> for y in range(3):
...     matrix += [list(range(4))]
...
>>> matrix
[[0, 1, 2, 3], [0, 1, 2, 3], [0, 1, 2, 3]]
```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



- Konstruiere die Matrix `[[0, 1, 2, 3], [0, 1, 2, 3], [0, 1, 2, 3]]`:

```
>>> matrix: list[list[int]] = []
>>> for y in range(3):
...     matrix += [list(range(4))]
...
>>> matrix
[[0, 1, 2, 3], [0, 1, 2, 3], [0, 1, 2, 3]]
```

- Lösung mit Listen-Komprehensionen:

```
>>> [list(range(4)) for y in range(3)]
[[0, 1, 2, 3], [0, 1, 2, 3], [0, 1, 2, 3]]
```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen

Geschachtelte Listen-Komprehensionen (2)



- Konstruiere `[[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]]`:

```
>>> matrix: list[list[int]] = []
>>> for rownum in range(3):
...     row = []
...     for x in range(rownum*3, rownum*3 + 3):
...         row += [x+1]
...     matrix += [row]
...
...
```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen



- Konstruiere `[[1,2,3],[4,5,6],[7,8,9]]`:

```
>>> matrix: list[list[int]] = []
>>> for rownum in range(3):
...     row = []
...     for x in range(rownum*3, rownum*3 + 3):
...         row += [x+1]
...     matrix += [row]
... 
```

- Lösung mit Listen-Komprehensionen:

```
>>> [list(range(3*y+1, 3*y+4)) for y in range(3)]
[[1, 2, 3], [4, 5, 6], [7, 8, 9]]
```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen



- Erzeuge das kartesische Produkt aus `[0, 1, 2]` und `['a', 'b', 'c']`:

```
>>> prod: list[tuple[int, str]] = []
```

```
>>> for x in range(3):
```

```
...     for y in ['a', 'b', 'c']:
```

```
...         prod += [(x, y)]
```

```
...
```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



- Erzeuge das kartesische Produkt aus [0, 1, 2] und ['a', 'b', 'c']:

```
>>> prod: list[tuple[int, str]] = []
>>> for x in range(3):
...     for y in ['a', 'b', 'c']:
...         prod += [(x, y)]
... 
```

- Lösung mit Listen-Komprehensionen:

```
>>> [(x, y) for x in range(3) for y in ['a', 'b', 'c']]
[(0, 'a'), (0, 'b'), (0, 'c'), (1, 'a'), (1, 'b'), (1, 'c'), (2, 'a'), (2, 'b'), (2, 'c')]

```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehensionen



■ Erster Versuch

```
>>> map (lambda y: map (lambda x: (x,y), range(3)), "abc")  
<map object at 0x109df3790>
```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen



■ Erster Versuch

```
>>> map (lambda y: map (lambda x: (x,y), range(3)), "abc")  
<map object at 0x109df3e50>
```

■ ... etwas später

```
[[ (0, 'a'), (1, 'a'), (2, 'a') ], [ (0, 'b'), (1, 'b'), (2, 'b') ] ], [ (0, 'c'), (1, 'c'), (2, 'c') ] ]
```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Funktion
map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen



■ Erster Versuch

```
>>> map (lambda y: map (lambda x: (x,y), range(3)), "abc")  
<map object at 0x109df3cd0>
```

■ ... etwas später

```
[[ (0, 'a'), (1, 'a'), (2, 'a') ], [ (0, 'b'), (1, 'b'), (2, 'b') ] ], [ (0, 'c'), (1, 'c'), (2, 'c') ] ]
```

■ eine Liste von Listen, weil das map von map einen Iterator von Iteratoren liefert.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation
map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen



- Lösung: flatten entfernt eine Ebene von Iteration

```
def flatten[X](iix : Iterable[Iterable[X]]) -> Iterator[X]:  
    """flattens a nested iterable to a single iterator"""  
    for ix in iix:  
        for x in ix:  
            yield x
```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen



- Lösung: flatten entfernt eine Ebene von Iteration

```
def flatten[X](iix : Iterable[Iterable[X]]) -> Iterator[X]:  
    """flattens a nested iterable to a single iterator"""  
    for ix in iix:  
        for x in ix:  
            yield x
```

- Damit

```
print(list(flatten(map (lambda y: map (lambda x: (x,y), range(3)), "abc")))
```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce
Komprehen-
sionen



- Lösung: flatten entfernt eine Ebene von Iteration

```
def flatten[X](iix : Iterable[Iterable[X]]) -> Iterator[X]:  
    """flattens a nested iterable to a single iterator"""  
    for ix in iix:  
        for x in ix:  
            yield x
```

- Damit

```
print(list(flatten(map (lambda y: map (lambda x: (x,y), range(3)), "abc"))
```

- Ergebnis: [(0, 'a'), (1, 'a'), (2, 'a'), (0, 'b'), (1, 'b'), (2, 'b'), (0, 'c'), (1, 'c'), (2, 'c')]

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce
Komprehensionen

Allgemein: Elimination von Listen-Komprehensionen



Elimination des innersten for

```
[expr for pat in seq if cond for ...] =  
flatten(map(lambda pat : [expr for ...], filter(lambda pat : cond, seq)))
```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen

Allgemein: Elimination von Listen-Komprehensionen



Elimination des innersten for

```
[expr for pat in seq if cond for ...] =  
flatten(map(lambda pat : [expr for ...], filter(lambda pat : cond, seq)))
```

Beispiel schematisch

```
[(x, y) for x in range(3) for y in "abc"]
```

Elimination von "for x" ergibt

```
flatten (map (lambda x: [(x, y) for y in "abc"], range(3)))
```

Elimination von "for y" ergibt

```
flatten (map (lambda x: flatten (map (lambda y: [(x, y)], "abc")), range(3)))
```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen



- Eine Variante der Komprehension baut keine Liste auf, sondern liefert einen **Iterator**, der alle Objekte nacheinander generiert.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



- Eine Variante der Komprehension baut keine Liste auf, sondern liefert einen **Iterator**, der alle Objekte nacheinander generiert.
- Syntaktischer Unterschied zur Listen-Komprehension: Runde statt eckige Klammern: **Generator-Komprehension**.

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

`map`, `filter`
und `reduce`

Komprehen-
sionen



- Eine Variante der Komprehension baut keine Liste auf, sondern liefert einen **Iterator**, der alle Objekte nacheinander generiert.
- Syntaktischer Unterschied zur Listen-Komprehension: Runde statt eckige Klammern: **Generator-Komprehension**.
- Die runden Klammern können weggelassen werden, wenn der Ausdruck als Argument einer Funktion mit nur einem Parameter dient.

```
>>> sum(x**2 for x in range(11))  
385
```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen



- Eine Variante der Komprehension baut keine Liste auf, sondern liefert einen **Iterator**, der alle Objekte nacheinander generiert.
- Syntaktischer Unterschied zur Listen-Komprehension: Runde statt eckige Klammern: **Generator-Komprehension**.
- Die runden Klammern können weggelassen werden, wenn der Ausdruck als Argument einer Funktion mit nur einem Parameter dient.

```
>>> sum(x**2 for x in range(11))  
385
```

- Braucht weniger Speicherplatz als `sum([x**2 for x in range(11)])`!

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen



Komprehension-Ausdrücke lassen sich auch für Mengen und Dictionaries verwenden. Nachfolgend ein paar Beispiele:

```
>>> evens = set(range(0, 20, 2))
```

```
>>> {x for x in evens if x % 3 == 0}
```

```
{0, 6, 12, 18}
```

```
>>> text = 'Management Training Course'
```

```
>>> {x for x in text if x >= 'a'}
```

```
{'e', 'n', 't', 'i', 'o', 'a', 'm', 'g', 'r', 's', 'u'}
```

```
>>> { x: x**2 for x in range(1, 10)}
```

```
{1: 1, 2: 4, 3: 9, 4: 16, 5: 25, 6: 36, 7: 49, 8: 64, 9: 81}
```

Funktionale
Programmierung

FP in Python

Funktionen
definieren
und
verwenden

Lambda-
Notation

map, filter
und reduce

Komprehen-
sionen